

veel betere benadering van de fysisch meer correcte ML-dataterm. Ter illustratie hiervan zetten we in figuur 6.1 het verloop uit van beide vormen van H_D in functie van ΨX , waarbij $Y = a$ gesteld wordt. Het gebruik van diverse GKK-termen (en meer algemeen polynomiale datatermen) voor tomografische reconstructie wordt o. a. besproken in [Clin92, Kauf93, Fess94, Fess95, Fess96a, Ande97].

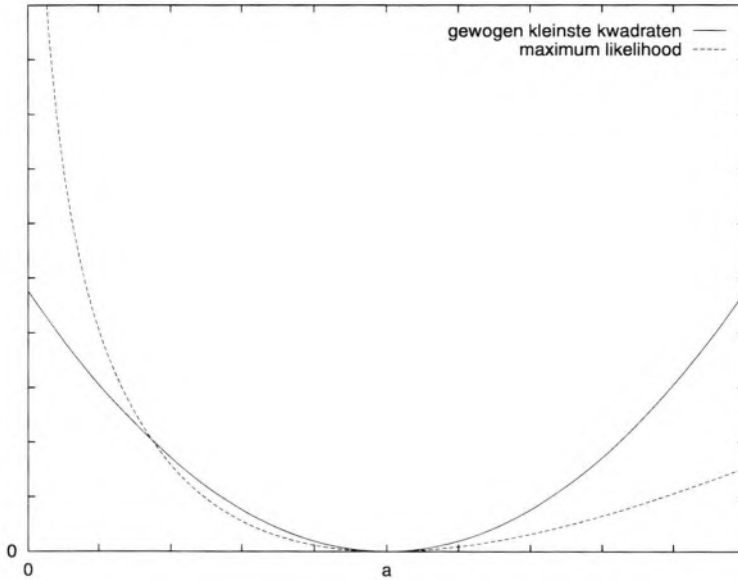
Ook voor deze GKK-dataterm ontwikkelen we een uitdrukking voor de kostfunctieverandering.

$$\begin{aligned} \Delta H_D(X, Y) &= H_D(X + \Delta X, Y) - H_D(X, Y) \\ &= \sum_{i=1}^M \frac{[Y_i - (\Psi X)_i - \Delta(\Psi X)_i]^2}{Y_i + \eta} - \sum_{i=1}^M \frac{[Y_i - (\Psi X)_i]^2}{Y_i + \eta} \\ &= \sum_{i=1}^M \frac{\Delta(\Psi X)_i [2((\Psi X)_i - Y_i) + \Delta(\Psi X)_i]}{Y_i + \eta} \end{aligned} \quad (6.17)$$

6.2.4 Keuze van de dataterm

We hebben een aantal simulaties uitgevoerd waarbij we de vorm van de dataterm gevarieerd hebben. De reconstructies werden uitgevoerd voor drie verschillende fantomen, gebruik makend van verschillende a priori-termen en voor een zestal verschillende ruisrealisaties. We beelden hier enkel de resultaten af voor twee ruisrealisaties ($6 \cdot 10^6$ tellen en $6 \cdot 10^5$ tellen) van het SL-fantoom, gebruik makend van de Hebert & Leahy a priori-term met geoptimaliseerde waarden voor β en δ (we komen hier later op terug). We benadrukken dat gelijkaardige resultaten bekomen werden voor andere fantoombeelden en door gebruik te maken van andere a priori-termen.

Bekijken we eerst figuren 6.2 en 6.3. Hierin wordt het verloop van de totale kost uitgezet in functie van het aantal iteraties. Aangezien de numerieke waarden van beide datatermen zich over een verschillend bereik uitstrekken, is de relatieve ligging van beide curven van ondergeschikt belang. Bekijken we enkel de vorm van het functieverloop, dan zien we in eerste instantie dat beide curven een gelijkaardig verloop hebben. De GKK-term convergeert echter sneller naar zijn minimale waarde dan de ML-dataterm. In tabel 6.1 zien we dat de ML-dataterm ongeveer 45% langzamer is voor $6 \cdot 10^6$ tellen en 29% langzamer voor $6 \cdot 10^5$ tellen. We zien ook dat vooral tijdens de eerste fase van het reconstructieproces het functieverloop van de ML-term grilliger is (meer oscillaties), hetgeen enerzijds suggereert dat deze term meer onderhevig is aan lokale minima, of anderzijds dat



Figuur 6.1: Functieverloop van beide datatermen (gewogen kleinste kwadraten en maximum likelihood) i. f. v. ΨX , waarbij $Y = a$ gesteld wordt.

simulatie	kost	beeldfout
GKK, $6 \cdot 10^6$ tellen	2.0 miljoen	2.6 miljoen
ML, $6 \cdot 10^6$ tellen	2.9 miljoen	3.4 miljoen
GKK, $6 \cdot 10^5$ tellen	1.4 miljoen	1.7 miljoen
ML, $6 \cdot 10^5$ tellen	1.8 miljoen	2.1 miljoen

Tabel 6.1: Relatieve convergentiesnelheid van de GKK- en de ML-dataterm: aantal iteraties nodig om 110% van de minimale waarde van de kostfunctie en van de beeldfout te bereiken (d. w. z. 10% afwijking).

simulatie	kost	beeldfout
GKK, $6 \cdot 10^6$ tellen	181 sec.	233 sec.
ML, $6 \cdot 10^6$ tellen	598 sec.	698 sec.
GKK, $6 \cdot 10^5$ tellen	150 sec.	181 sec.
ML, $6 \cdot 10^5$ tellen	403 sec.	469 sec.

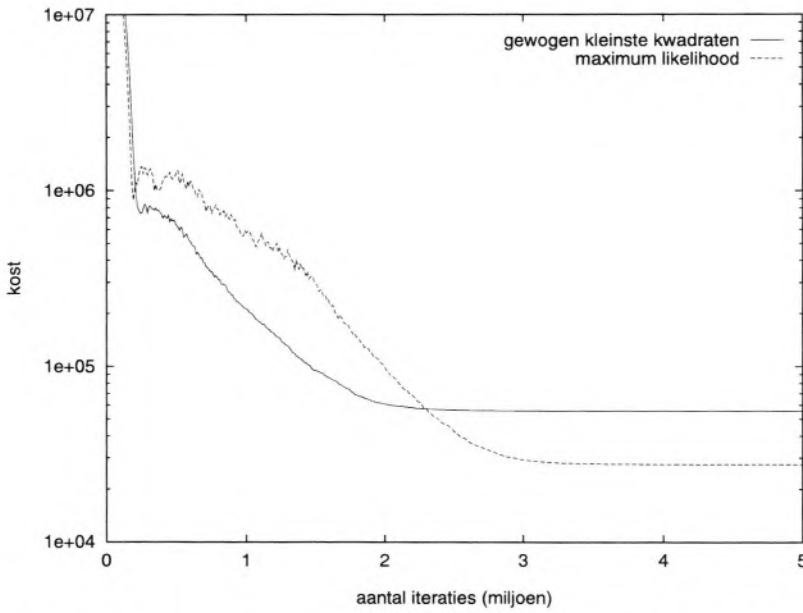
Tabel 6.2: Relatieve convergentiesnelheid van de GKK- en de ML-dataterm: rekentijd nodig om 110% van de minimale waarde van de kostfunctie en van de beeldfout te bereiken.

deze term meer moeite heeft om de eventueel voorkomende lokale minima te verlaten.

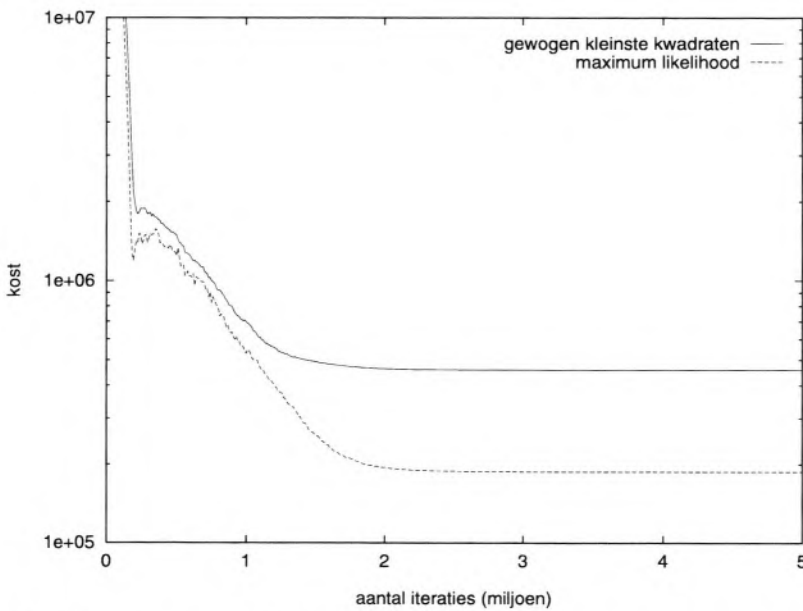
We merken op dat de kostfunctie de grootte is die geminimaliseerd wordt, maar dat deze geen direct verband heeft met de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden. Daarom zetten we in figuren 6.4 en 6.5 de beeldfout uit in functie van het aantal iteraties. Aangezien dit eenzelfde grootte is voor beide datatermen, is hier de waarde wel van essentieel belang. We zien dat voor beide ruisrealisaties de finale beeldfout vrijwel identiek is. De kleine numerieke verschillen zijn evenwel visueel niet waarneembaar, zoals gezien kan worden in figuren 6.8 en 6.9. We zien echter opnieuw, zowel in het functieverloop als in tabel 6.1, dat de GKK-dataterm sneller convergeert per iteratiestap dan de ML-term. Zo is de ML-term ditmaal 31% trager voor $6 \cdot 10^6$ tellen en 24% trager voor $6 \cdot 10^5$ tellen.

Zetten we tenslotte dezelfde beeldfout uit, ditmaal in functie van de benodigde rekentijd (figuren 6.6 en 6.7), dan zien we dat de GKK-dataterm nog meer uitgesproken sneller is dan de ML-term. Dit is uiteraard te wijten aan het voorkomen van een logaritme in uitdrukking (6.12), terwijl in uitdrukking (6.17) twee vermenigvuldigingen en een deling de snelheidsbepalende bewerkingen zijn. In tabel 6.2 zien we dat de GKK-term ongeveer 2.5 tot 3 maal sneller is.

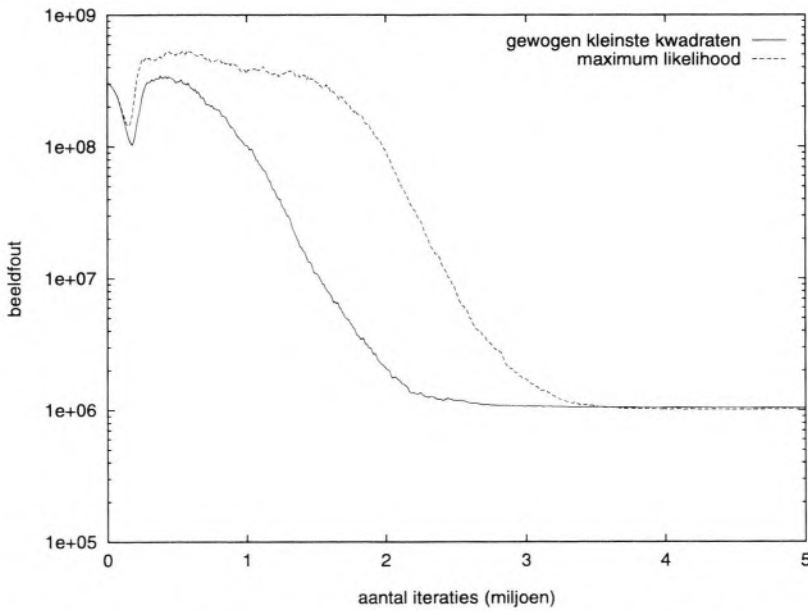
We stellen dus vast dat beide onderzochte datatermen kwalitatief gelijkwaardige beelden opleveren. De GKK-dataterm is echter beduidend sneller: de convergentie per iteratiestap verloopt sneller en er is vooral minder rekentijd nodig per iteratiestap. Hieruit besluiten we dat de GKK-dataterm te verkiezen is boven de ML-dataterm. We merken op dat deze conclusie overeenstemt met de resultaten van andere onderzoekers [Kauf93, Fess94].



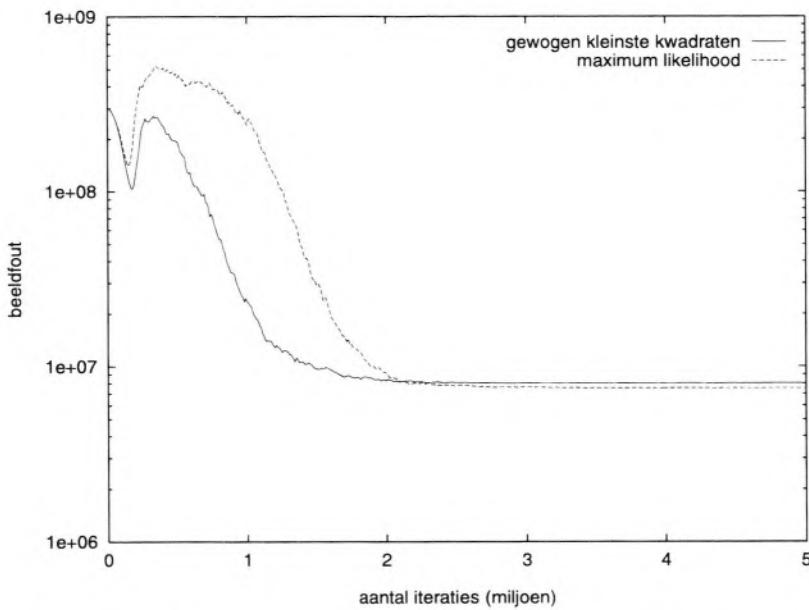
Figuur 6.2: Verloop van de totale kost i. f. v. het aantal iteraties voor een GKK- en een ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen).



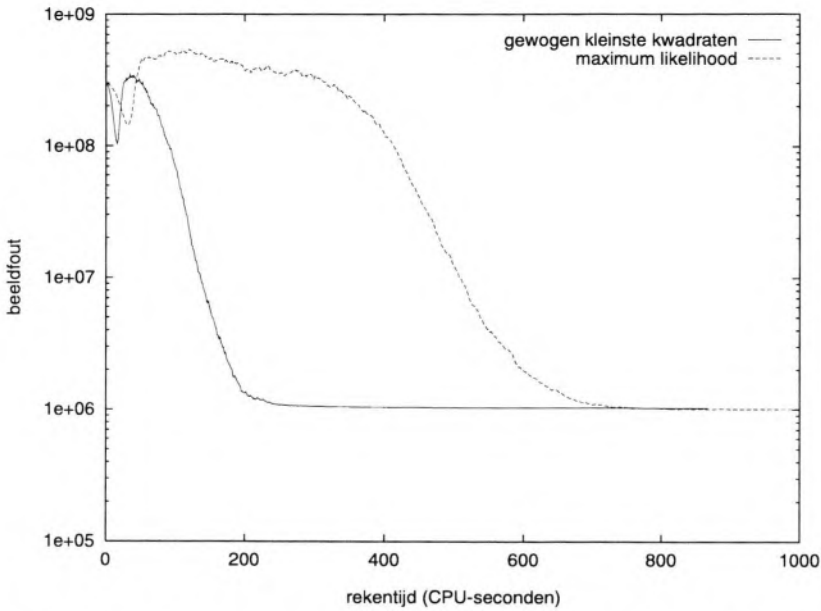
Figuur 6.3: Verloop van de totale kost i. f. v. het aantal iteraties voor een GKK- en een ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^5$ tellen).



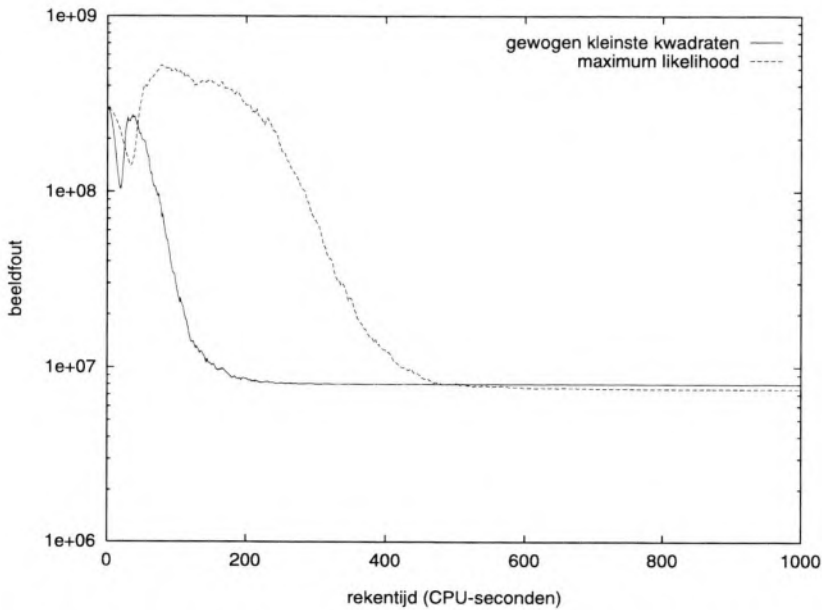
Figuur 6.4: Verloop van de beeldfout i. f. v. het aantal iteraties voor een GKK- en een ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen).



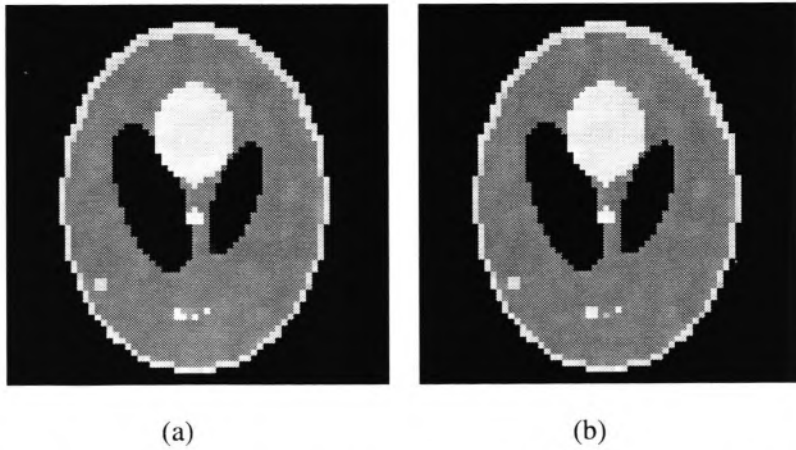
Figuur 6.5: Verloop van de beeldfout i. f. v. het aantal iteraties voor een GKK- en een ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^5$ tellen).



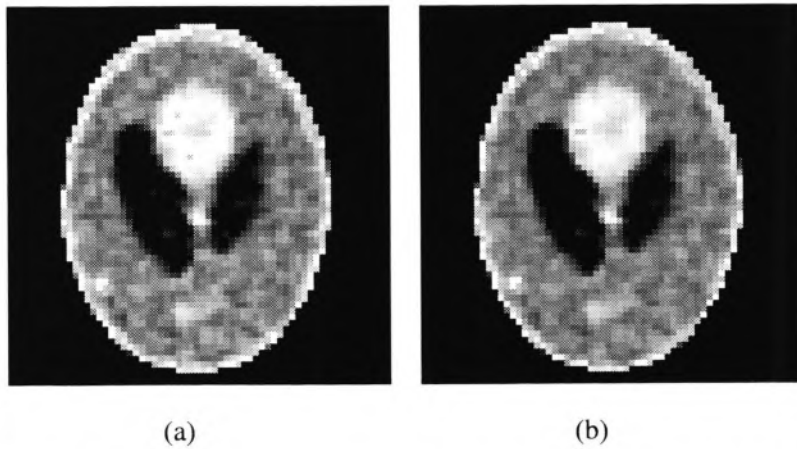
Figuur 6.6: Verloop van de beeldfout i. f. v. de rekestijd voor een GKK- en een ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen).



Figuur 6.7: Verloop van de totale kost i. f. v. de rekestijd voor een GKK- en een ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^5$ tellen).



Figuur 6.8: Eindbeeld van de reconstructie met (a) GKK-dataterm en (b) ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen).



Figuur 6.9: Eindbeeld van de reconstructie met (a) GKK-dataterm en (b) ML-dataterm (SL-fantoom, $6 \cdot 10^5$ tellen).

6.3 Bespreking van de a priori-term

Alvorens de invloed van de a priori-term op het reconstructieproces te bespreken herhalen we kort enkele bemerkingsen en resultaten uit hoofdstuk 3. Door gebruik te maken van voorkennis trachten we de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden te verhogen (probleem van ruisdeterioratie). Deze voorkennis wordt uitgedrukt m. b. v. de a priori-waarschijnlijkheidsdistributie $p(X)$. Op basis van de theorie van het MRV-model en de Gibbs-distributie kunnen we de a priori-waarschijnlijkheidsdistributie schrijven als

$$p(X) = \frac{1}{Z} \exp(-\beta H(X)), \quad (6.18)$$

waarbij de energiefunctie $H(X)$ bestaat uit een som van potentiaalfuncties

$$H(X) = \sum_{C \in \mathcal{C}} V_C(X). \quad (6.19)$$

Hierin stelt Z de partitiefunctie voor en \mathcal{C} de verzameling van alle cliques die geassocieerd zijn met de omgevingsstructuur (S, \mathcal{S}) van het MRV. Zoals we in paragraaf 3.6 reeds vermeld hebben wordt in de praktijk uitsluitend rekening gehouden met potentiaaltermen t. g. v. twee-pixelinteracties. Bovendien zijn deze potentiaaltermen enkel functie van het intensiteitsverschil tussen beide pixels, zodat

$$H(X) = \sum_{i \in S} \sum_{j \in \mathcal{S}_i} b_{ij} \phi(X_i - X_j). \quad (6.20)$$

Tenslotte worden de gewichtscoëfficiënten b_{ij} meestal omgekeerd evenredig met de afstand d_{ij} tussen beide pixels gekozen.

De a priori-bijdrage tot de totale kostfunctie wordt gegeven door:

$$H_P(X) = -\ln p(X). \quad (6.21)$$

Gebruik makend van (6.18) en (6.20) kunnen we deze a priori-bijdrage schrijven als

$$H_P(X) = \beta \sum_{i \in S} \sum_{j \in \mathcal{S}_i} \frac{1}{d_{ij}} \phi(X_i - X_j). \quad (6.22)$$

De potentiaalfuncties $\phi(\Delta X)$ kunnen ingedeeld worden in twee groepen, nl. convexe en niet-convexe functies. Het gebruik van convexe potentiaalfuncties wordt

o. a. beschreven in [Boum93]. Niet-convexe potentiaalfuncties stemmen beter overeen met het model voor functionele medische beelden (bv. PET en SPECT), nl. beelden die opgebouwd zijn uit lokaal vlakke gebieden die van elkaar gescheiden worden door scherpe randen. Daar tegenover staat dat deze niet-convexe functies aanleiding geven tot lokale minima tijdens de reconstructie. Een beperkte studie van de eigenschappen van de diverse potentiaalfuncties is terug te vinden in [Laks89]; we zullen hier echter een systematische vergelijking van de meest gebruikte niet-convexe potentiaalfuncties uitvoeren. Voor dit onderzoek hebben we de volgende 4 niet-convexe potentiaalfuncties onderzocht (zie ook figuur 6.10):

- Geman & McClure:

$$\phi(\Delta X) = \frac{(\Delta X)^2}{(\Delta X)^2 + \delta^2} \quad (6.23)$$

- Hebert & Leahy:

$$\phi(\Delta X) = \ln \left(1 + \left(\frac{\Delta X}{\delta} \right)^2 \right) \quad (6.24)$$

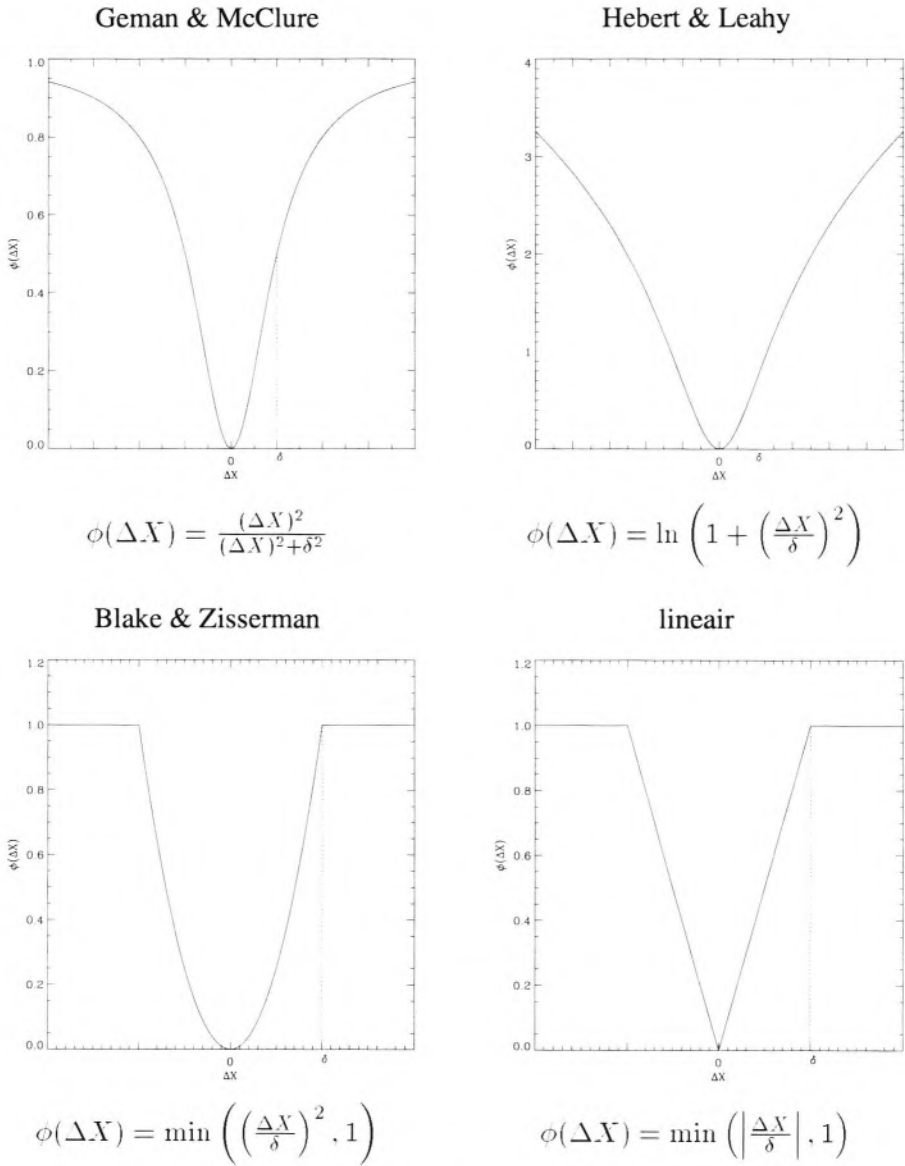
- Blake & Zisserman:

$$\phi(\Delta X) = \min \left(\left(\frac{\Delta X}{\delta} \right)^2, 1 \right) \quad (6.25)$$

- lineair:

$$\phi(\Delta X) = \min \left(\left| \frac{\Delta X}{\delta} \right|, 1 \right) \quad (6.26)$$

De eerste drie potentiaalfuncties zijn bekende uitdrukkingen voor de reconstructie van medische beelden [Hebe89, Hebe92c, Mumc96]; de laatste uitdrukking werd onderzocht vanwege zijn computationele eenvoud. We herkennen in het functieverloop van deze potentiaaltermen enerzijds een sterk stijgend verloop voor kleine ΔX (kleine intensiteitsverschillen worden als ruis beschouwd; relatief sterke penalisatie) en een vrij vlak verloop voor grotere ΔX (grote intensiteitsverschillen worden als randen beschouwd; relatief zwakke penalisatie). Afhankelijk van de uitdrukking voor de potentiaalfunctie is de overgang tussen beide gebieden meer of minder uitgesproken. De ligging van deze overgang wordt bepaald door de parameter δ , die we de vormparameter zullen noemen. We vestigen er nog de aandacht op dat voor sommige potentiaalfuncties (zoals bv. Blake & Zisserman)



Figuur 6.10: Overzicht van de onderzochte niet-convexe a priori-potentiaalfuncties.

$\Delta X = \delta$ overeenstemt met de overgang tussen beide gebieden, terwijl dit voor andere potentiaalfuncties (zoals bv. Hebert & Leahy) duidelijk niet het geval is. De optimale waarde van de vormparameter δ moet bijgevolg voor elke potentiaalfunctie afzonderlijk bepaald worden.

Een tweede belangrijke parameter in uitdrukking (6.22) is de regularisatieparameter β . Deze bepaalt het relatieve belang van de dataterm en de a priori-term in de totale kostfunctie (zie verder ook paragraaf 3.7). In deze paragraaf onderzoeken we de invloed van de a priori-term op het gereconstrueerde beeld. We bepalen welke van de vier onderzochte potentiaalfuncties de beste resultaten oplevert. Verder optimaliseren we de waarde van δ en β voor de verschillende potentiaalfuncties. Daarnaast zullen we de invloed van ruis (t. t. z. van het aantal coïncidenties) op de optimale waarden voor δ en β bestuderen. Tenslotte onderzoeken we de sensitiviteit van de reconstructiemethode voor de waarden van beide parameters. Vermits dit – voor zover ons bekend is – de eerste keer is dat een systematische vergelijking van niet-convexe potentiaalfuncties wordt uitgevoerd, is het moeilijk om de bekomen resultaten te vergelijken met deze van andere onderzoekers. We beginnen met een korte intuïtieve bespreking van de wijze waarop δ en β variëren i. f. v. het aantal tellen.

Zoals reeds aangegeven bepaalt δ het onderscheid tussen intensiteitsverschillen die als ruis en intensiteitsverschillen die als randen bestempeld zullen worden. Aangezien de ruis op de gereconstrueerde beelden toeneemt bij een dalend aantal tellen kan men eenvoudig inzien dat de optimale waarde van δ ook zal toenemen bij een dalend aantal tellen. Voor een zeer groot aantal tellen enerzijds zal het gereconstrueerde beeld – zonder gebruik te maken van een a priori-term – vrijwel vrij van ruisartefacten zijn; in dit geval kan δ klein gekozen worden vermits zelfs relatief kleine intensiteitsverschillen afkomstig zullen zijn van karakteristieken van het beeld (t. t. z. randen). Anderzijds zal bij een zeer klein aantal tellen het beeld erg veel ruis bevatten; enkel de grootste intensiteitsverschillen zullen met hoge waarschijnlijkheid corresponderen met randen in het beeld en bijgevolg zal de optimale waarde voor δ groot zijn.

We geven een gelijkaardige bespreking voor de regularisatieparameter. We herhalen dat voor een zeer groot aantal tellen het gereconstrueerde beeld – zonder gebruik te maken van een a priori-term – vrijwel ruisvrij is. In dit geval is er duidelijk weinig behoefte aan een extra a priori-term om de reconstructiekwaliteit te verbeteren, zodat een kleine waarde voor β gekozen kan worden. Het effect

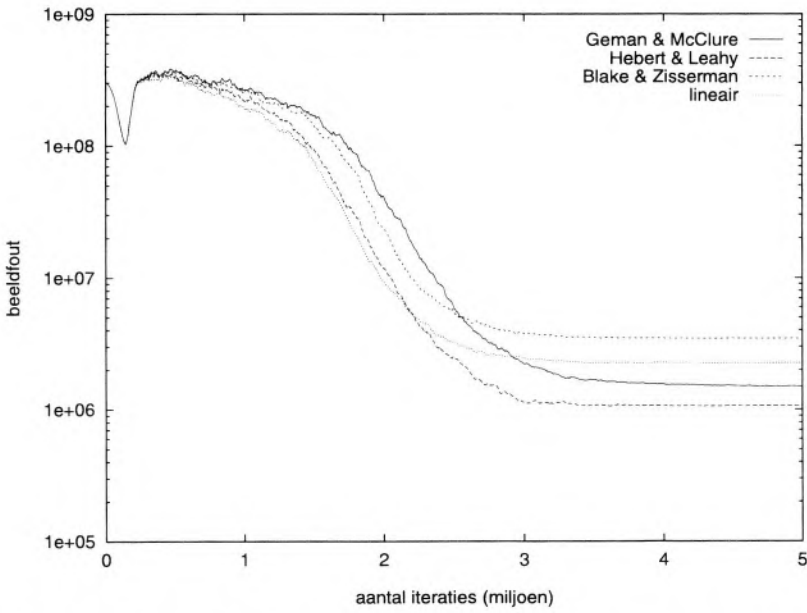
van ruisdeterioratie zal echter het sterkste zijn bij een zeer klein aantal tellen; in dit geval zal de beeldkwaliteit in grote mate afhankelijk zijn van de a priori-term zodat een grote β -waarde aangewezen is.

6.3.1 Keuze van de a priori-term

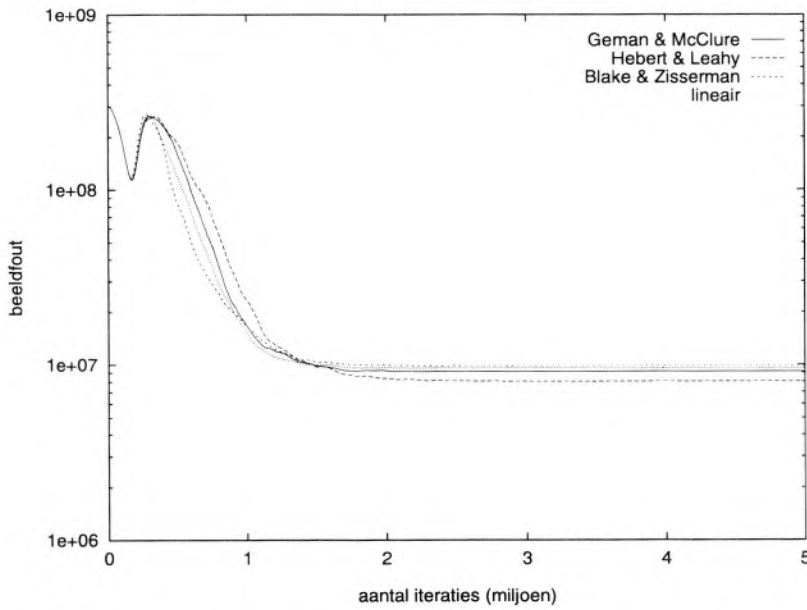
Op analoge wijze als voor de bepaling van de vorm van de dataterm hebben we een aantal simulaties uitgevoerd waarbij we de vorm van de a priori-term gevarieerd hebben. Deze simulaties werden uitgevoerd voor drie verschillende fantomen, gebruik makend van de beide datatermen (GKK en ML) en voor diverse ruisrealisaties. Enkel de resultaten die bekomen werden met het SL-fantoom, de GKK-dataterm en bij $6 \cdot 10^6$ en $6 \cdot 10^5$ tellen worden in wat volgt uitvoeriger besproken. We benadrukken echter dat uit de andere simulaties gelijkaardige resultaten volgen.

We merken op dat voor elke simulatie de waarden voor δ en β gebruikt werden die het meest aangewezen zijn voor de corresponderende dataterm en het aantal tellen. Vermits deze optimale waarden verschillend zijn voor de onderzochte a priori-termen, strekken de numerieke waarden van deze a priori-termen – en bijgevolg ook van de totale kostfuncties – zich over een verschillend bereik uit. Bovendien is er geen zichtbaar verschil in vorm tussen de diverse kostfuncties, zodat een weergave van het verloop van de kostfunctie i. f. v. het aantal iteraties weinig zinvol is. Bekijken we daarom figuren 6.11 en 6.12, waar het verloop van de beeldfout i. f. v. het aantal iteraties weergegeven wordt. We zien in eerste instantie dat alle curven een identiek verloop hebben. Voor $6 \cdot 10^6$ tellen bemerken we op het eerste gezicht duidelijke verschillen in eindkwaliteit. De beeldfout is echter in alle vier de gevallen zeer klein en door gebruik te maken van een logaritmische schaal worden de verschillen als het ware uitvergroot. Bekijken we verder figuur 6.15, dan blijkt dat deze numerieke verschillen in beeldfout visueel vrijwel niet waarneembaar zijn. Voor $6 \cdot 10^5$ tellen zijn de verschillen in beeldfout verwaarloosbaar; ook in dit geval zijn de gereconstrueerde beelden visueel nauwelijks verschillend (figuur 6.16). Toch merken we op dat in alle onderzochte gevallen de Hebert & Leahy a priori-term de beste resultaten oplevert.

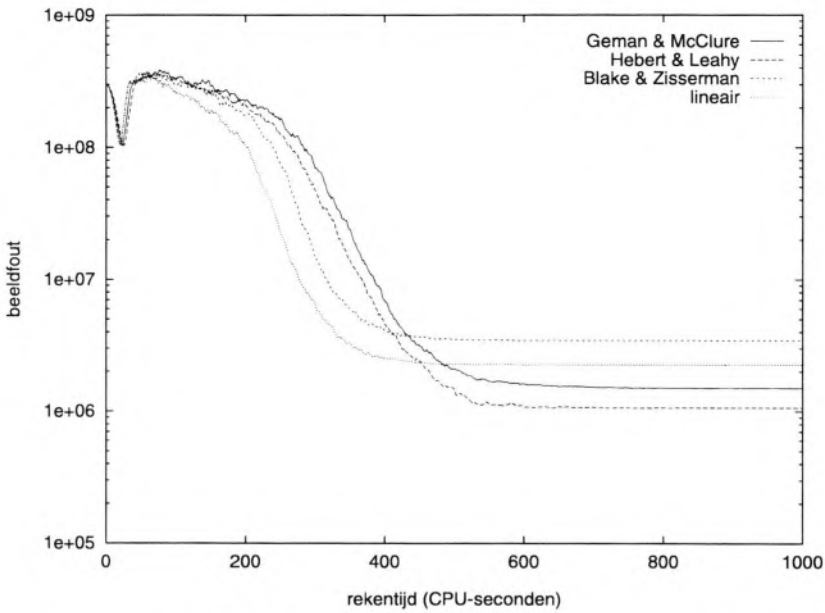
Bekijken we vervolgens het verloop van de beeldfout i. f. v. de benodigde rekentijd in figuren 6.13 en 6.14, samen met de relatieve convergentiesnelheid in tabel 6.3 (we hanteren opnieuw 110% van de minimale waarde als criterium voor convergentie). We zien dat de rangschikking volgens convergentiesnelheid in grote mate overeenstemt met de rangschikking volgens complexiteit van de



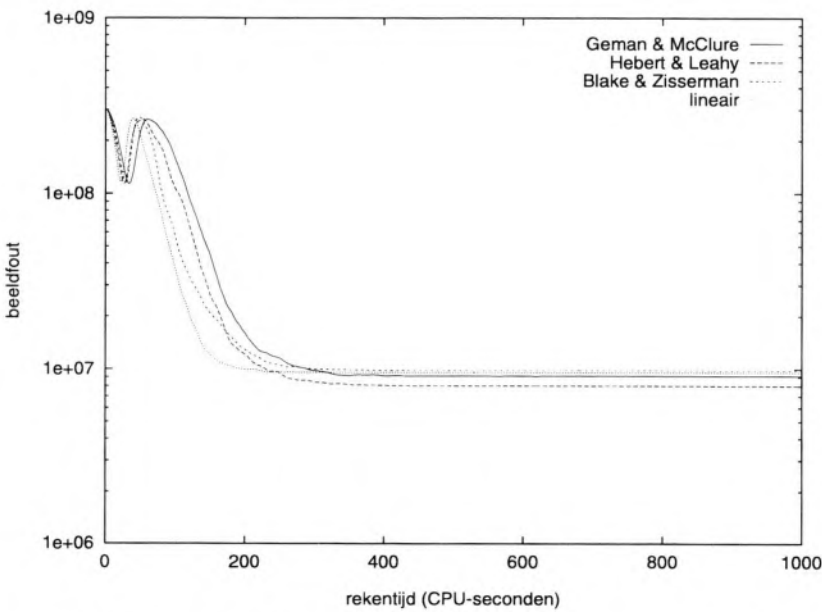
Figuur 6.11: Verloop van de beeldfout i.f.v. het aantal iteraties voor de vier onderzochte a priori-termen (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^6$ tellen).



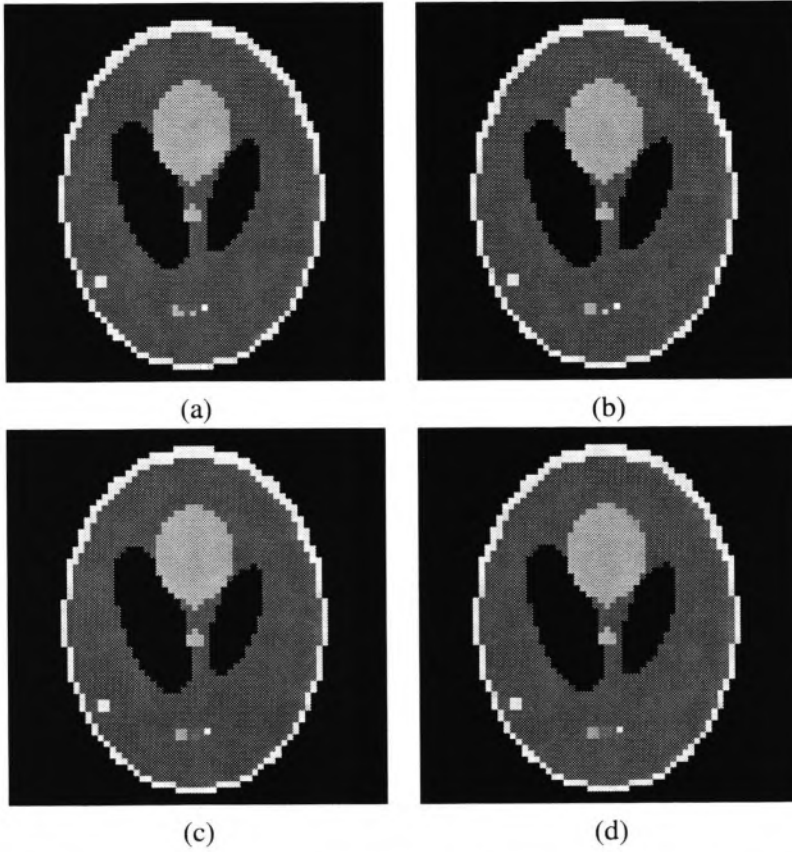
Figuur 6.12: Verloop van de beeldfout i.f.v. het aantal iteraties voor de vier onderzochte a priori-termen (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^5$ tellen).



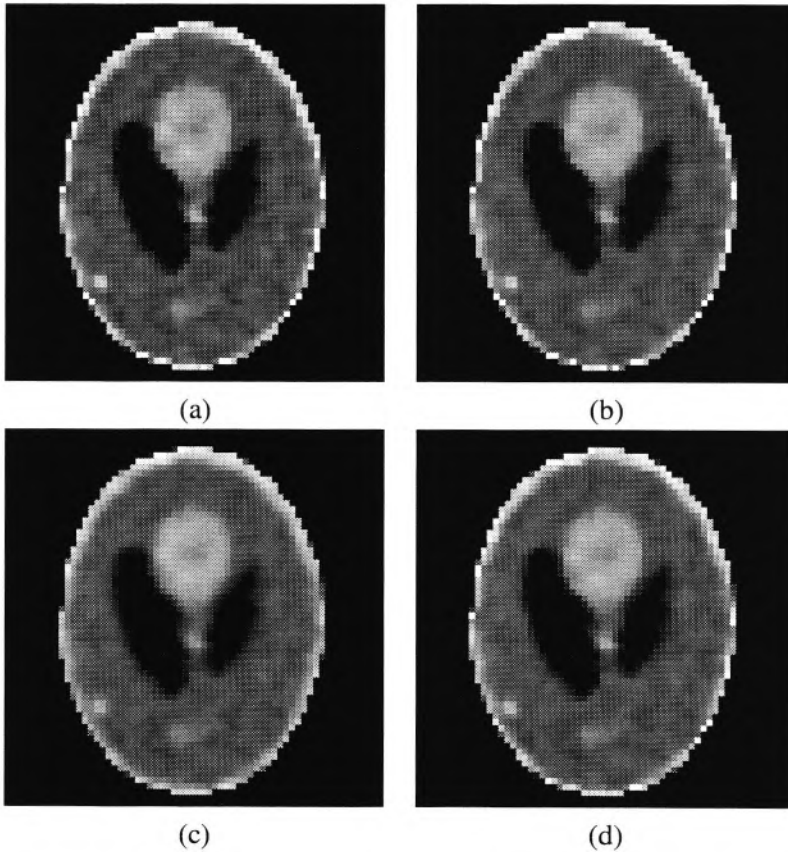
Figuur 6.13: Verloop van de beeldfout i. f. v. de rekentijd voor de vier onderzochte a priori-termen (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^6$ tellen).



Figuur 6.14: Verloop van de beeldfout i. f. v. de rekentijd voor de vier onderzochte a priori-termen (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^5$ tellen).



Figuur 6.15: Eindbeeld van de reconstructie met (a) de Geman & McClure a priori-term, (b) de Hebert & Leahy a priori-term, (c) de Blake & Zisserman a priori-term en (d) de lineaire a priori-term (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^6$ tellen).



Figuur 6.16: Eindbeeld van de reconstructie met (a) de Geman & McClure a priori-term, (b) de Hebert & Leahy a priori-term, (c) de Blake & Zisserman a priori-term en (d) de lineaire a priori-term (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^5$ tellen).

simulatie	iteraties	rekeningtijd
Geman & McClure, $6 \cdot 10^6$ tellen	3.6 miljoen	577 sec.
Hebert & Leahy, $6 \cdot 10^6$ tellen	3.1 miljoen	547 sec.
Blake & Zisserman, $6 \cdot 10^6$ tellen	3.0 miljoen	424 sec.
lineair, $6 \cdot 10^6$ tellen	3.0 miljoen	418 sec.
Geman & McClure, $6 \cdot 10^5$ tellen	1.5 miljoen	289 sec.
Hebert & Leahy, $6 \cdot 10^5$ tellen	1.7 miljoen	266 sec.
Blake & Zisserman, $6 \cdot 10^5$ tellen	1.4 miljoen	235 sec.
lineair, $6 \cdot 10^5$ tellen	1.3 miljoen	203 sec.

Tabel 6.3: Relatieve convergentiesnelheid van de diverse a priori-termen: aantal iteraties en rekeningtijd nodig om 110% van de minimale waarde van de beeldfout te bereiken.

noodzakelijke bewerkingen. Deze verschillen in convergentiesnelheid zijn echter kleiner dan wat de verschillen in complexiteit op het eerste gezicht zouden doen vermoeden. We kunnen dit als volgt verklaren. Onderstellen we dat per iteratiestap één pixel gewijzigd wordt. Dit betekent dat – voor een omgevingsstructuur van tweede orde, waarbij elke pixel 8 burens heeft – per iteratiestap 8 bijdragen tot de a priori-term herberekend moeten worden. De wijziging van één beeldpixel impliceert echter een wijziging in elke sinogramlijn (typisch twee datapunten per sinogramlijn, zie ook paragraaf 7.3.1), wat in het geval van 64 sinogramlijnen de herberekening van 128 bijdragen tot de dataterm met zich meebrengt. We concluderen dat – onafgezien van de complexiteit van de potentiaalfunctie – de berekening van de a priori-term slechts een relatief kleine invloed heeft op de totale reconstructietijd.

Samenvattend kunnen we stellen dat de verschillen tussen de vier onderzochte a priori-termen klein zijn, zowel wat de beeldfout als wat de benodigde rekeningtijd betreft. Aangezien de nadruk van dit onderzoek op de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden ligt, zullen we het gebruik van de Hebert & Leahy a priori-term prefereren.

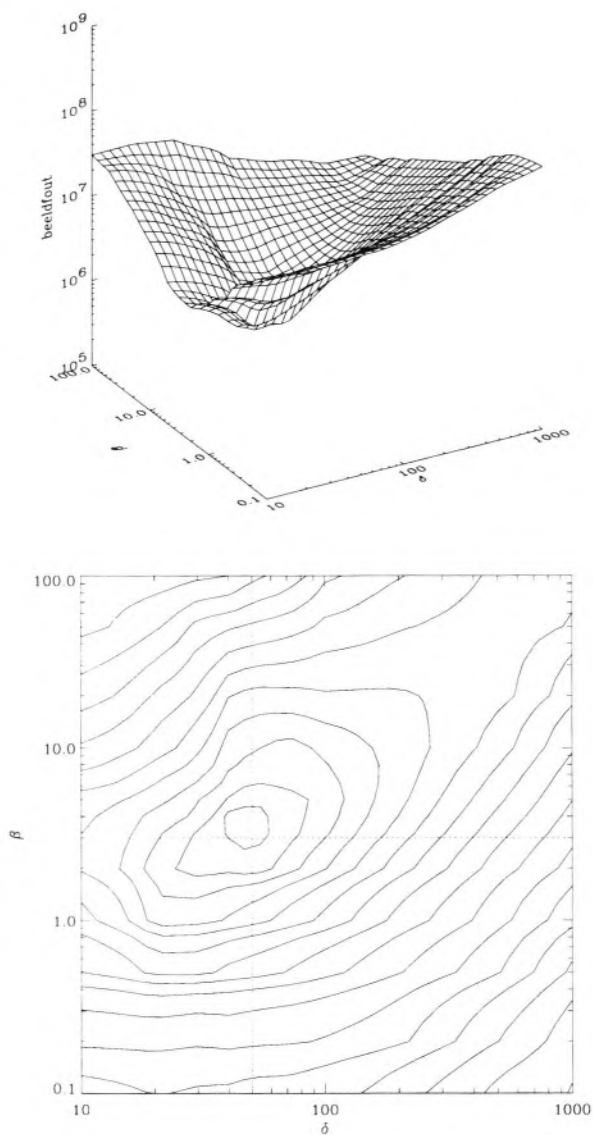
6.3.2 Optimalisatie van de vormparameter en de regularisatieparameter

In de voorgaande paragrafen werd gebruik gemaakt van optimale waarden voor de beide parameters bij het bestuderen van de diverse data- en a priori-termen. De bepaling van deze waarden is echter moeilijk. Vrijwel alle auteurs

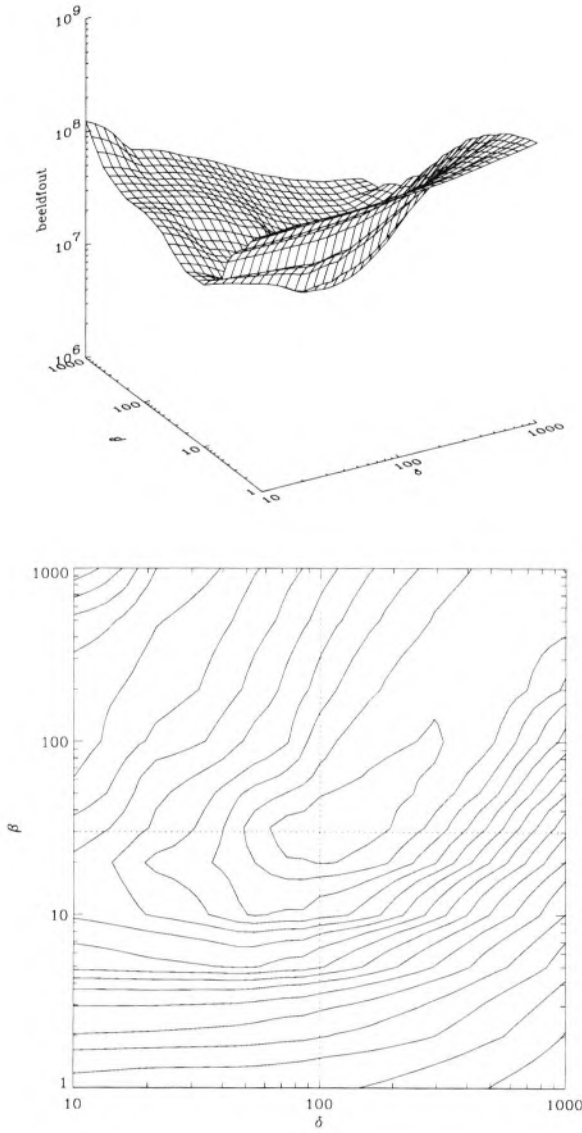
maken gebruik van ervaring om een passende waarde voor δ te kiezen i. f. v. het aantal coïncidenties [Gool90, Mumc96]. Voor wat de schatting van β betreft maken slechts enkele auteurs gebruik van automatische methoden die β als een extra te schatten parameter beschouwen (zoals de methoden beschreven in paragraaf 3.7) [Fess96b, John91, Lalu92]. Deze methoden zijn echter tijdrovend en bovendien zeer moeilijk toepasbaar voor niet-convexe potentiaalfuncties [Manb90]. De meesten bepalen de waarde van β op basis van ervaring, aan de hand van simulaties of m. b. v. L-curven.

We hebben getracht de optimale waarden van de vormparameter en de regularisatieparameter te bepalen op basis van verschillende simulaties. We beschouwen hier één simulatie als de keuze voor het gebruikte fantoombeeld, de uitdrukking voor de dataterm, de uitdrukking voor de a priori-term en het aantal coïncidenties. In tabel 6.4 wordt een schematisch overzicht gegeven van de uitgevoerde simulaties. Per simulatie hebben we het beeld gereconstrueerd voor een groot aantal (δ, β) -koppels (typisch een honderdtal). We associëren met ieder (δ, β) -koppel de beeldfout op het einde van de reconstructie. Wanneer we deze beeldfout uitzetten i. f. v. δ en β verkrijgen we grafieken zoals figuur 6.17 en 6.18. Voor de duidelijkheid hebben we de resultaten zowel in de vorm van een 3D-oppervlaktegrafiek als een 2D-contourgrafiek weergegeven. We vestigen er de aandacht op dat deze aanpak a. h. v. de beeldfout enkel bruikbaar is voor simulaties. We zullen echter trachten uit deze simulaties conclusies te trekken die algemeen bruikbaar zijn.

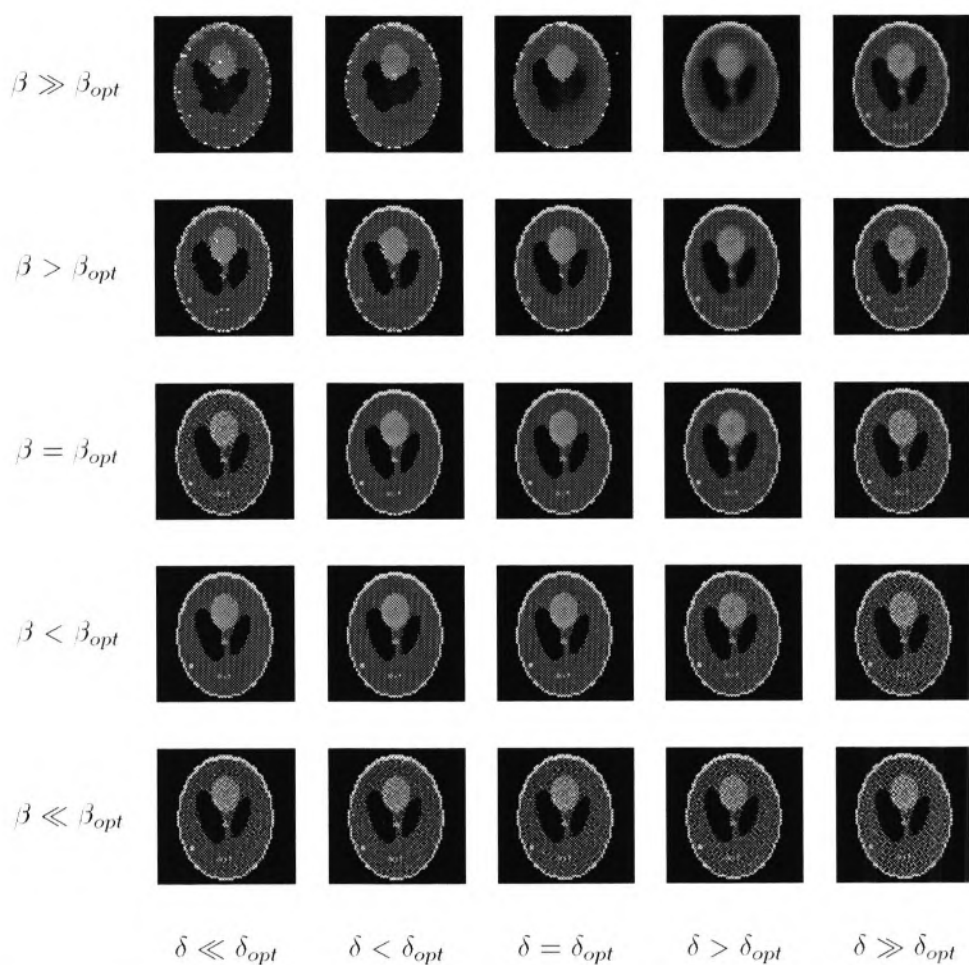
De resultaten van de simulatie van figuur 6.17 hebben we in figuur 6.19 eveneens weergegeven a. h. v. de gereconstrueerde beelden voor een aantal (δ, β) -waarden. We bespreken kort enkele eigenschappen van deze gereconstrueerde beelden. Voor een te kleine β -waarde verwachten we dat de a priori-term niet voldoende in staat zal zijn om de beeldkwaliteit te verbeteren; we zien dan ook duidelijk dat de gereconstrueerde beelden nog sterk onderhevig zijn aan ruisdeterioratie. Voor een grote β -waarde daarentegen is de invloed van de a priori-term te sterk. In dit geval zien we enerzijds dat bij een te grote δ -waarde alle intensiteitsverschillen als het ware “uitgevlakt” worden, zodat een wazig beeld ontstaat zonder scherpe randen. Anderzijds vormt zich bij een te kleine keuze voor δ een beeld dat in extreme mate overeenstemt met de niet-convexiteit. Dit fenomeen, dat we polarisatie noemen, kunnen we als volgt verklaren. Veronderstel dat in een bepaalde regio de intensiteit van het ideale beeld vrijwel constant is, maar op een aantal plaatsen toch afwijkt van de gemiddelde intensiteit. Veronderstel voor de eenvoud verder dat we gebruik maken van de lineaire a priori-term. Bij re-



Figuur 6.17: Verloop van de beeldfout i. f. v. δ en β (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen, GKK-dataterm, Hebert & Leahy a priori-term).



Figuur 6.18: Verloop van de beeldfout i. f. v. δ en β (SL-fantom, $6 \cdot 10^5$ tellen, GKK-dataterm, Hebert & Leahy a priori-term).



Figuur 6.19: Invloed van δ en β op het gereconstrueerde beeld (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen, GKK-dataterm, Hebert & Leahy a priori-term).

fantombeeld	dataterm	a priori-term	aantal coïncidenties
SL-fantom	GKK	Geman & McClure	$6 \cdot 10^7$; $3 \cdot 10^7$; $1 \cdot 2 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $3 \cdot 10^6$; $1 \cdot 2 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
SL-fantom	GKK	Hebert & Leahy	$6 \cdot 10^7$; $3 \cdot 10^7$; $1 \cdot 2 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $3 \cdot 10^6$; $1 \cdot 2 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
SL-fantom	GKK	Blake & Zisserman	$6 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
SL-fantom	GKK	lineair	$6 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
SL-fantom	ML	Geman & McClure	$6 \cdot 10^7$; $3 \cdot 10^7$; $1 \cdot 2 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $3 \cdot 10^6$; $1 \cdot 2 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
SL-fantom	ML	Hebert & Leahy	$6 \cdot 10^7$; $3 \cdot 10^7$; $1 \cdot 2 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $3 \cdot 10^6$; $1 \cdot 2 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
SL-fantom	ML	Blake & Zisserman	$6 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
SL-fantom	ML	lineair	$6 \cdot 10^7$; $6 \cdot 10^6$; $6 \cdot 10^5$
HC-fantom	GKK	Geman & McClure	$5 \cdot 10^7$; $2 \cdot 5 \cdot 10^7$; $1 \cdot 10^7$; $5 \cdot 10^6$; $2 \cdot 5 \cdot 10^6$; $1 \cdot 10^6$; $5 \cdot 10^5$
HC-fantom	GKK	Hebert & Leahy	$5 \cdot 10^7$; $2 \cdot 5 \cdot 10^7$; $1 \cdot 10^7$; $5 \cdot 10^6$; $2 \cdot 5 \cdot 10^6$; $1 \cdot 10^6$; $5 \cdot 10^5$

Tabel 6.4: Schematisch overzicht van de uitgevoerde simulaties.

constructie stelt zich de vraag waar de “afwijkende intensiteit” het beste geplaatst kan worden, t. t. z. zó dat de totale kost minimaal is. Deze afwijkingen kunnen niet weggelaten worden, vermits hierdoor de totale intensiteit zou verschillen en bijgevolg de dataterm sterk zou toenemen. Bij een kleine δ -waarde zouden deze afwijkingen – wanneer ze correct geplaatst worden – elk afzonderlijk groter zijn dan δ en bijgevolg telkens aanleiding geven tot een maximale bijdrage tot de a priori-term. Daarom ontstaat een pixel (de “zondebok”-pixel als het ware) die overladen wordt met de afwijkende intensiteit van alle omliggende pixels. Hierdoor bevindt de intensiteit zich toch in de omgeving van de correcte plaats (zodat de dataterm slechts weinig toeneemt) en wordt een minimale bijdrage geleverd tot de a priori-term (aangezien slechts één pixel afwijkt en gepenaliseerd wordt). De intensiteitsverschillen rond deze zondebok-pixel worden hierdoor extreem groot, maar zodra een intensiteitsverschil groter wordt dan δ heeft een extra toename geen gevolg voor de kostfunctie. We zien in figuur 6.19 dan ook (bij grote β - en kleine δ -waarden) dat beelden ontstaan die enerzijds (te) vlak zijn en waarin zich anderzijds enkele zeer sterk afwijkende pixels bevinden. Dit fenomeen van polarisatie doet zich vooral voor bij potentiaalfuncties die een uitgesproken vlak verloop hebben voor grote ΔX . De Hebert & Leahy-potentiaalfunctie, die voor

grote intensiteitsverschillen sterker blijft toenemen dan de overige functies, is bijgevolg minder onderhevig aan polarisatie [Hebe89, Hebe92c]. Dit verklaart ook gedeeltelijk waarom de Hebert & Leahy-term kwalitatief betere beelden oplevert dan de overige termen (zie vorige paragraaf).

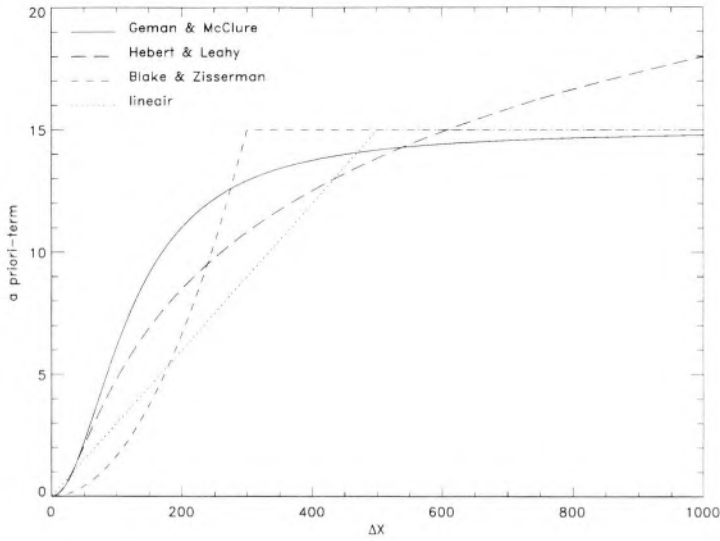
Gebruik makend van de optimale waarden van δ en β kunnen we het profiel weergeven van de diverse a priori-termen, aangepast voor eenzelfde dataterm en aantal tellen (figuren 6.20 en 6.21). We zien duidelijk dat voor elk aantal coïncidenties een “gemeenschappelijk” a priori-profiel ontstaat. Gelijkaardige resultaten gelden voor de overige simulaties, maar worden hier niet weergegeven. Hoewel dit resultaat eerder kwalitatief van aard is, kan het toch gebruikt worden om op basis van optimale waarden van δ en β voor één bepaalde a priori-term een behoorlijke schatting te maken van de corresponderende waarden voor de overige a priori-termen.

6.3.3 Verloop van de optimale vormparameter i. f. v. de ruis

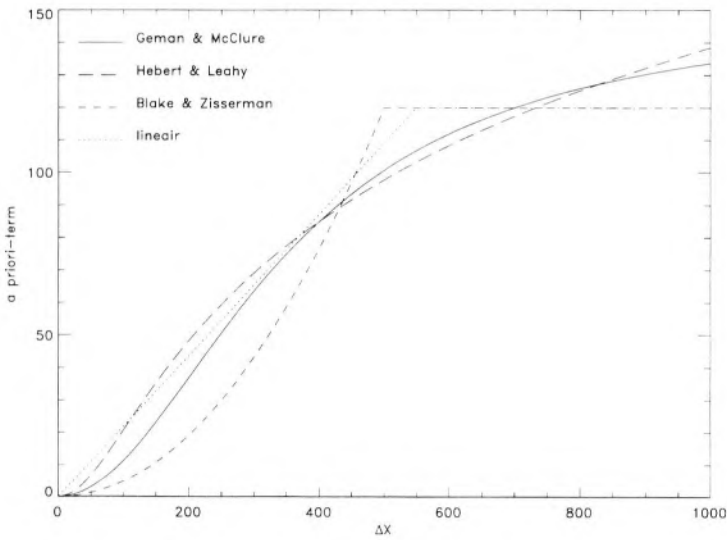
We herhalen dat de optimale waarde van δ verschillend is voor elke uitdrukking voor de potentiaalfuncties, vermits elke potentiaalfunctie een verschillend numeriek bereik heeft. Bovendien is deze optimale waarde afhankelijk van de ruis (zoals gezegd neemt δ toe bij een dalend aantal tellen), zodat ook met elke ruisomstandigheid een optimale waarde van δ correspondeert. In figuren 6.22 en 6.23 zetten we het verloop uit van de optimale waarde van δ i. f. v. het aantal tellen. We zien in eerste instantie de bevestiging van de voorgaande intuïtieve bespreking, t. t. z. een dalend verloop van δ i. f. v. het aantal tellen. Zoals verder intuïtief te verwachten valt is δ onafhankelijk van de dataterm en het fantoom. We constateren dat er een lineair dalend verloop is van $\log(\delta)$ i. f. v. $\log(\text{aantal tellen})$. Wanneer we het aantal tellen door Q voorstellen, betekent dit dat

$$\delta_{opt} = C^{t\epsilon} \left(\frac{1}{Q} \right)^a, \quad (6.27)$$

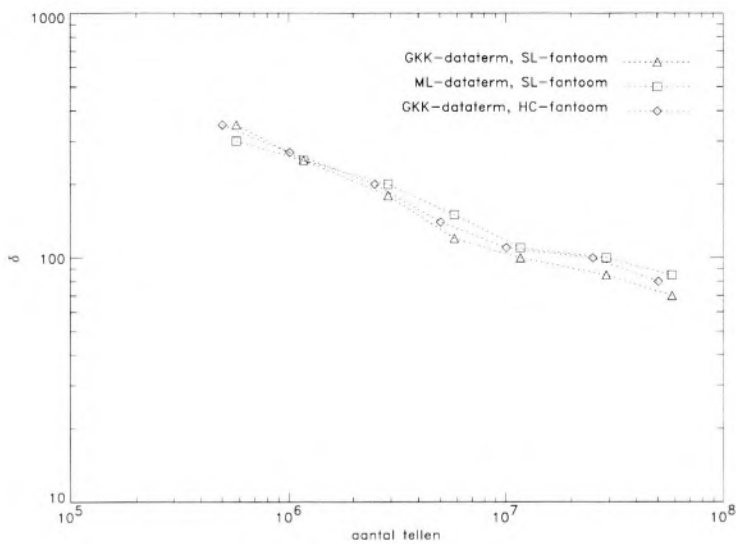
waarbij a waarden aanneemt tussen 0.3 en 0.5. We hebben hiervoor geen verklaring. De ruis op het sinogram kunnen we karakteriseren door de variantie. Vermits elk sinogramelement als een statistisch onafhankelijke Poisson-grootheid beschouwd kan worden, kunnen we stellen dat de variantie per sinogramelement bij benadering evenredig is met het totaal aantal tellen Q . Dit brengt ons echter niet bij de ruis op de beeldpixels.



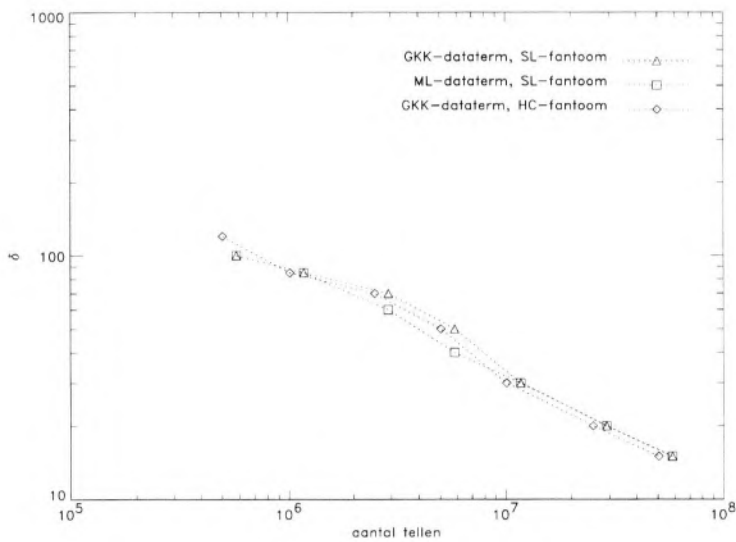
Figuur 6.20: Verloop van de a priori-term i. f. v. het intensiteitsverschil voor optimale waarden van δ en β (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^6$ tellen).



Figuur 6.21: Verloop van de a priori-term i. f. v. het intensiteitsverschil voor optimale waarden van δ en β (SL-fantoom, GKK-dataterm, $6 \cdot 10^5$ tellen).



Figuur 6.22: Verloop van de optimale δ -waarde i. f. v. het aantal tellen voor de Geman & McClure a priori-term.



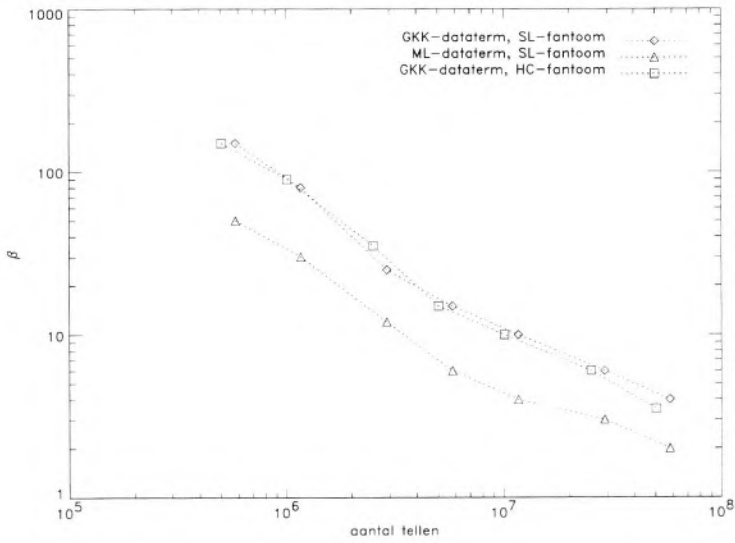
Figuur 6.23: Verloop van de optimale δ -waarde i. f. v. het aantal tellen voor de Hebert & Leahy a priori-term.

Een complete statistische beschrijving van het ML-reconstructiealgoritme, en dus ook van de propagatie van ruis, wordt gegeven door Wilson *et al.* [Wils92, Barr94, Wils94]. Deze beschrijving wordt uitgebreid door Wang voor het OSL-MAP-algoritme met een Gaussiaanse a priori-term [Wang97]. Het is echter uiterst moeilijk om zulk een beschrijving op te stellen voor een algemeen MAP-algoritme met willekeurige a priori-term (en in het bijzonder een niet-convexe a priori-term). Vandaar dat we ons hier beperken tot de vaststelling dat het verband tussen $\log(\delta)$ en $\log(Q)$ klaarblijkelijk lineair dalend is. Dit betekent dat we uit de optimale δ -waarden voor twee ruisomstandigheden de overige waarden kunnen afleiden.

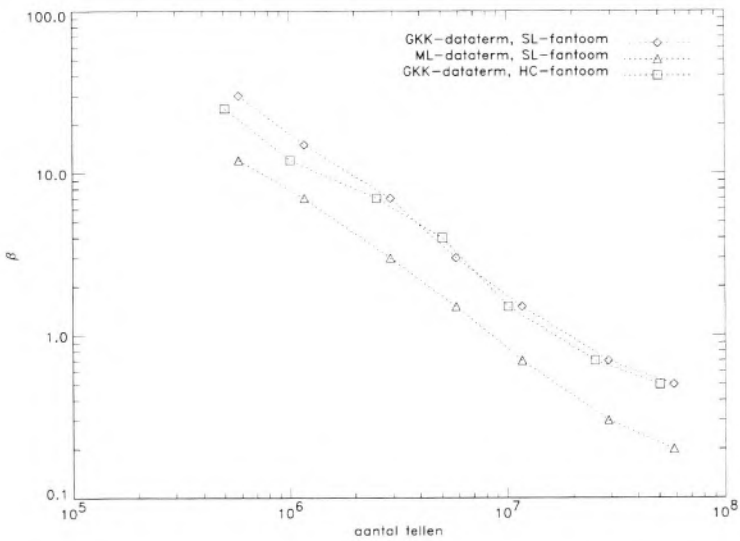
6.3.4 Verloop van de optimale regularisatieparameter i. f. v. de ruis

We trachten een gelijkaardige relatie te vinden voor de regularisatieparameter β . Wanneer we de optimale waarden van β uitzetten i. f. v. van het aantal tellen bekomen we figuren 6.24 en 6.25. Ook hier vinden we de bevestiging van het intuïtief voorgestelde dalende verloop van β i. f. v. het aantal tellen. Het is echter onmiddellijk duidelijk dat het opstellen van een criterium voor β aanzienlijk moeilijker is dan voor δ . In eerste instantie is het vanzelfsprekend dat β afhankelijk is van de gekozen dataterm, vermits β het relatieve belang van de a priori-term t. o. v. de dataterm bepaalt. Voorts is β ook afhankelijk van de waarde van δ , vermits de waarde van de a priori-term beïnvloed wordt door δ . De regularisatieparameter is bijgevolg afhankelijk van zowel de dataterm, de a priori-term, de vormparameter als het aantal tellen.

Een veel gebruikte methode voor de bepaling van de regularisatieparameter is het opstellen van een zgn. L-curve (paragraaf 3.7). We herhalen kort de betekenis ervan. De L-curve is gebaseerd op het idee dat men het beeld wenst te reconstrueren door zowel de directe waarschijnlijkheid $p(Y|X)$ als de a priori-waarschijnlijkheid $p(X)$ te maximaliseren. We moeten bijgevolg een kostfunctie kiezen (d. w. z. een regularisatieparameter) die toelaat gelijktijdig de dataterm $H_D(X, Y)$ en de a priori-term $H_P(X)$ te minimaliseren. Wanneer we de reconstructie uitvoeren voor verschillende waarden van β en telkens de finale waarde van de a priori-term uitzetten i. f. v. de dataterm verkrijgen we een L-vormige curve. Voor $\beta \rightarrow 0$ zal een beeld gereconstrueerd worden dat de dataterm minimaliseert, maar dat slechts in geringe mate overeenstemt met de voorkennis (zodat $H_P(X)$ groot is); voor $\beta \rightarrow \infty$ daarentegen zal het gereconstrueerde beeld enkel bepaald worden door de a priori-term ($H_P(X)$ minimaal) maar niet overeenstemmen met de waarnemingen (zodat de dataterm groot is). Volgens [Hans92] dient de β -waarde gekozen te worden die overeenstemt met de “knik” in de L-curve.



Figuur 6.24: Verloop van de optimale β -waarde i. f. v. het aantal tellen voor de Geman & McClure a priori-term.

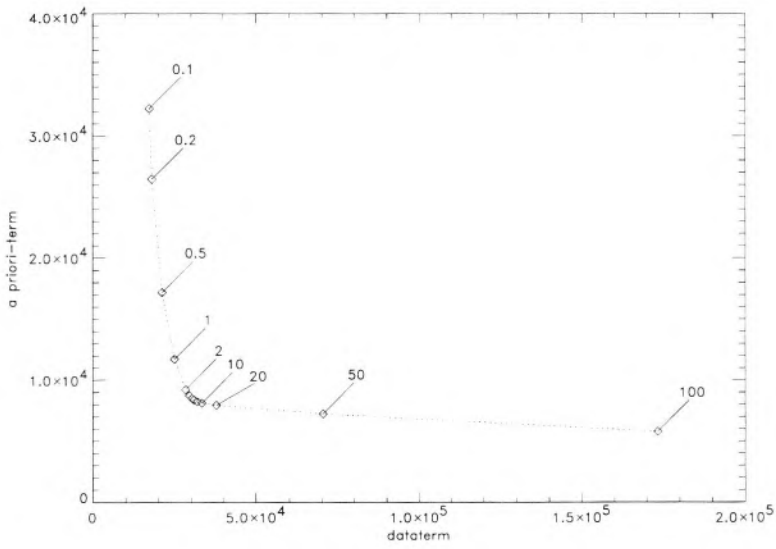


Figuur 6.25: Verloop van de optimale β -waarde i. f. v. het aantal tellen voor de Hebert & Leahy a priori-term.

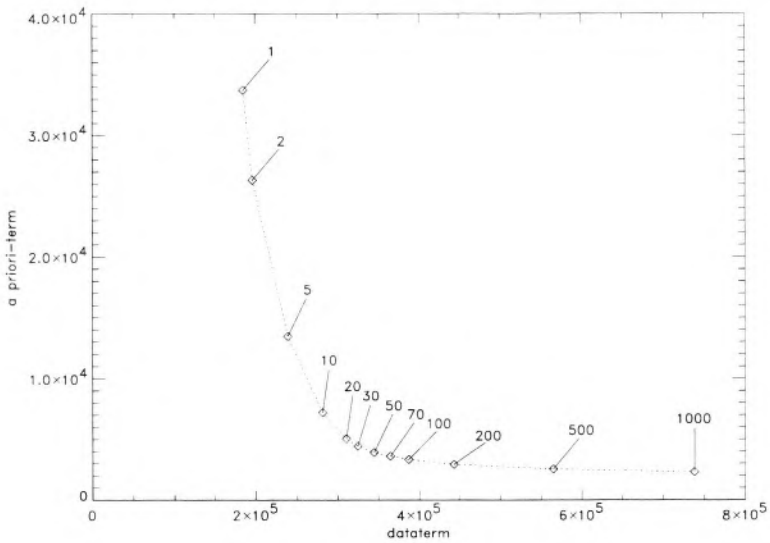
We hebben geverifieerd of de optima die uit de simulaties bekomen zijn op basis van de beeldfout overeenstemmen met de optima volgens de L-curve. We beschouwen de reconstructies van figuren 6.26 en 6.27, d. w. z. voor het SL-fantom, GKK-dataterm, Hebert & Leahy a priori-term (met optimale δ) bij 6.10^6 en 6.10^5 tellen. We merken op dat dit dezelfde simulaties zijn die aanleiding geven tot figuren 6.17 en 6.18; we zien daar dat op basis van de beeldfout besloten kan worden dat $\beta = 3$ optimaal is voor 6.10^6 tellen en $\beta = 30$ voor 6.10^5 tellen. Uit figuren 6.26 en 6.27 blijkt dat dit exact overeenstemt met de optima volgens de L-curve. Voor de overige simulaties werd ook een zeer goede overeenstemming gevonden tussen de optima van beide methoden. We besluiten bijgevolg dat de methode van de L-curven in de praktijk gebruikt kan worden voor de bepaling van β .

We herhalen echter dat deze methode impliceert dat een aantal reconstructies uitgevoerd moeten worden voor verschillende β -waarden alvorens de optimale waarde gekozen kan worden. Het "gemeenschappelijk" profiel van de verschillende a priori-termen levert een hulpmiddel om een behoorlijke waarde voor β te kiezen op basis van de β -waarde voor een andere a priori-term. We hebben echter nog een tweede relatie vastgesteld die bruikbaar is om een goede schatting voor β te maken.

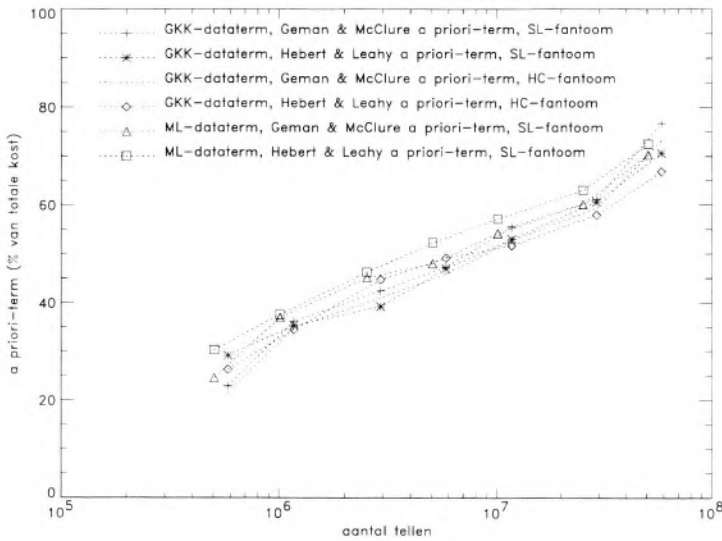
Zoals reeds gezegd levert het verloop van β i. f. v. het aantal iteraties geen bruikbare informatie (figuren 6.24 en 6.25), vermits met elke combinatie van dataterm en a priori-term (met bijbehorende δ) een afzonderlijke curve correspondeert. Wanneer we echter de eindwaarden van de dataterm en de a priori-term voorstellen door het procentuele aandeel in de totale kostfunctie, verkrijgen we figuur 6.28. We bemerken dat de diverse curven bij benadering samenvallen. Dit betekent dat voor elke ruisrealisatie de procentuele aandelen voor de diverse simulaties vrijwel gelijk zijn. Zo zien we dat bv. voor 5.10^6 tellen het aandeel van de a priori-term ongeveer 50% bedraagt, d. w. z. dat bij deze omstandigheden de reconstructie voor de helft door de voorkennis en voor de helft door de waarnemingen bepaald wordt. Voor een laag aantal tellen wordt de reconstructie hoofdzakelijk bepaald door de a priori-term, voor een hoog aantal tellen door de dataterm. Hoewel dit resultaat intuïtief vanzelfsprekend lijkt, levert het een praktisch bruikbaar criterium voor diverse omstandigheden. Wanneer we bv. het numerieke bereik kennen waarover twee verschillende datatermen zich uitstrekken, dan kunnen we uitgaande van de β -waarde voor één dataterm de waarde voor de overige term bepalen. Analoog wanneer we het bereik kennen van twee a priori-termen.



Figuur 6.26: L-curve voor de Hebert & Leahy a priori-term bij 6.10^6 tellen (SL-fantoom, GKK-dataterm).



Figuur 6.27: L-curve voor de Hebert & Leahy a priori-term bij 6.10^5 tellen (SL-fantoom, GKK-dataterm).

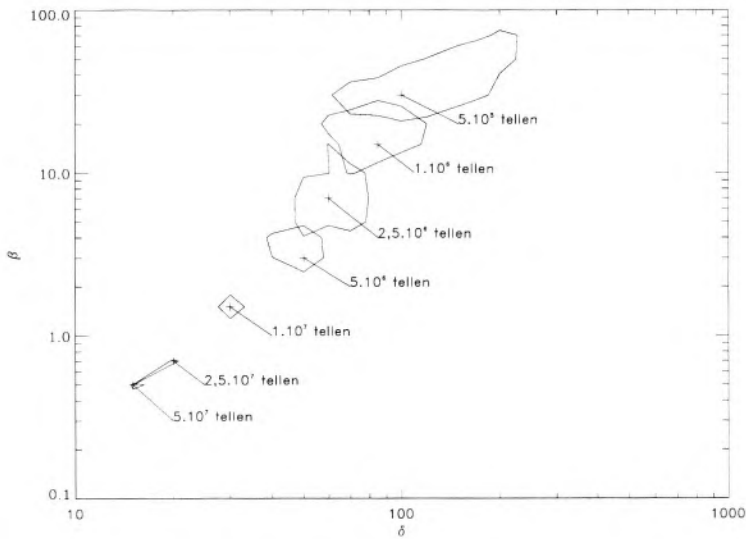


Figuur 6.28: Procentueel aandeel van de a priori-term tot de totale kost i. f. v. het aantal tellen voor diverse simulaties.

We merken bovendien op dat het verloop van het procentuele aandeel van de a priori-term i. f. v. $\log(\text{aantal tellen})$ vrijwel lineair is. Het is duidelijk dat dit lineair verloop enkel bij benadering geldt voor het midden van de grafiek. Voor $\text{aantal tellen} \rightarrow 0$ zal het procentuele aandeel asymptotisch naar 100 gaan, terwijl voor $\text{aantal tellen} \rightarrow \infty$ het aandeel asymptotisch naar 0 gaat. We kunnen gebruik maken van het bij benadering lineaire verband om β -waarden af te leiden voor een verschillend aantal tellen.

6.3.5 Sensitiviteit van de beeldfout

In deze paragraaf bespreken we de sensitiviteit van de beeldfout voor eventuele suboptimale waarden van δ en β . In figuur 6.29 zijn de optimale instellingen van beide parameters weergegeven voor een verschillend aantal tellen. Daarnaast wordt m. b. v. een contour aangegeven binnen welke grenzen de beeldfout minder dan 110% bedraagt van de minimale waarde. We merken hierbij op dat een afwijking van 10% t. o. v. de minimale beeldfout visueel niet of nauwelijks waarneembaar is. We zien duidelijk dat de sensitiviteit van de parameterinstellingen afneemt naarmate de ruis op het beeld toeneemt. Dit is (weliswaar in mindere



Figuur 6.29: Sensitiviteit van de optimale waarden van δ en β voor een verschillend aantal tellen (HC-fantoom, GKK-dataterm, Hebert & Leahy a priori-term).

mate) ook zichtbaar in figuren 6.17 en 6.18, waar de “kuil” van het minimum minder diep is voor $6 \cdot 10^5$ tellen dan voor $6 \cdot 10^6$ tellen.

We kunnen deze daling van de sensitiviteit bij een dalend aantal tellen als volgt verklaren. Voor een groot aantal tellen wordt het gereconstrueerde beeld nl. volledig bepaald door de dataterm. De toevoeging van een a priori-term kan de beeldkwaliteit niet positief maar alleen negatief beïnvloeden. Daarom moeten δ en β zó gekozen worden dat de a priori-term exact overeenstemt met de lokale eigenschappen van het beeld dat door de dataterm bepaald wordt. We kunnen stellen dat de a priori-term zó gekozen moet worden dat hij geen invloed heeft op de reconstructie. Voor een klein aantal tellen daarentegen wordt de beeldkwaliteit in belangrijke mate bepaald door de a priori-term. De ruisdeterioratie t. g. v. de dataterm wordt tegengegaan door zowat elke a priori-term, zelfs wanneer de parameterwaarden suboptimaal zijn. Kleine afwijkingen t. o. v. de ideale parameterwaarden zullen bijgevolg een verwaarloosbare invloed hebben op de beeldkwaliteit.

6.4 Conclusie

In dit hoofdstuk hebben we de invloed van de kostfunctie op de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden bestudeerd. Deze analyse valt uiteen in een behandeling van de dataterm en van de a priori-term.

Wat de dataterm betreft hebben we twee uitdrukkingen opgesteld: de GKK-dataterm en de ML-dataterm. Aan de hand van simulaties hebben we beide datatermen vergeleken. We stellen vast dat beide termen kwalitatief gelijkwaardige beelden opleveren, maar dat de GKK-term beduidend sneller is dan de ML-term, vooral wat de benodigde rekentijd betreft. We concluderen daarom dat de GKK-dataterm te verkiezen is boven de ML-dataterm.

Daarnaast hebben we vier verschillende vormen van niet-convexe a priori-potentiaalfuncties bestudeerd: de Geman & McClure-term, de Hebert & Leahy-term, de Blake & Zisserman-term en de lineaire term. Uit simulaties blijkt dat er weinig verschil is tussen de diverse termen, zowel wat kwaliteit als wat rekentijd betreft. Hoewel de verschillen in beeldfout klein zijn, constateren we toch dat de Hebert & Leahy-term steeds de beste resultaten oplevert. Voor wat de vormparameter betreft stellen we vast dat er een lineair dalend verloop is i. f. v. het aantal tellen. De bepaling van de regularisatieparameter kan gebeuren a. h. v. een L-curve. Het aantal calibratiereconstructies kan echter drastisch gereduceerd worden door enerzijds gebruik te maken van het gemeenschappelijk profiel van de a priori-termen, en anderzijds van het vrijwel lineaire verloop van het procentuele aandeel van de a priori-term i. f. v. het aantal tellen. Bovendien blijkt de sensitiviteit van de beeldkwaliteit voor suboptimale instellingen van de beide parameters af te nemen bij een dalend aantal tellen.

Hoofdstuk 7

Implementatie voor reële data

7.1 Inleiding

In dit laatste hoofdstuk bespreken we enkele aspecten van een implementatie van het simulated-annealingalgoritme voor de reconstructie van reële data. Met reële data bedoelen we hier meetdata die van de PET-scanner afkomstig zijn. We merken op dat de resultaten uit de voorgaande hoofdstukken behaald werden a. h. v. gesimuleerde data, afkomstig van fantoombeelden. In een eerste paragraaf bespreken we de overgang van gesimuleerde data naar reële data en de invloed hiervan op de bekomen optimalisaties en resultaten.

Zoals reeds aangegeven vormt de lange reconstructietijd het belangrijkste nadeel van de onderzochte methode. Een implementatie voor reële data betekent echter ook dat de benodigde rekentijd realistisch moet zijn. Daarom bespreken we in een tweede paragraaf enkele mogelijkheden om deze rekentijd te beperken. Een eerste mogelijkheid bestaat erin de sinogramwijzigingen t. g. v. de intensiteitsveranderingen van pixels in een tabel op te slaan. Een tweede mogelijkheid die onderzocht wordt is de parallellisatie van het algoritme.

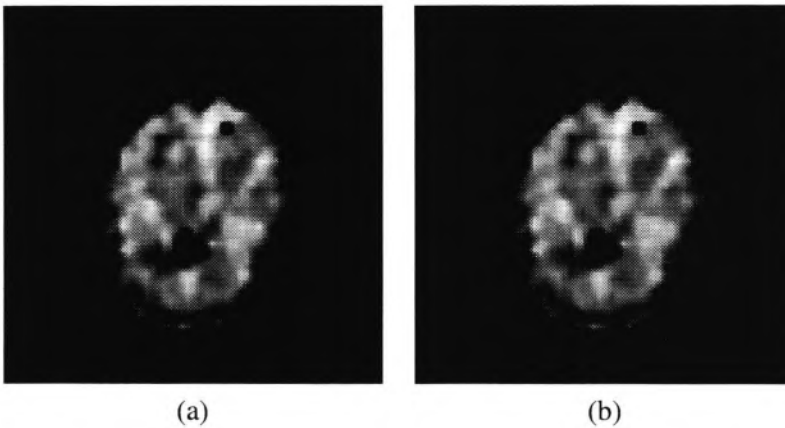
7.2 Verificatie van het algoritme voor reële data

We hebben reeds meermaals opgemerkt dat de resultaten uit de vorige hoofdstukken bekomen werden a. h. v. gesimuleerde data, afkomstig van fantoombeelden. Hierdoor kan gebruik gemaakt worden van een gemiddelde kwadratische afwijking als kwaliteitscriterium voor de gereconstrueerde beelden. Idealiter zou de onderzochte reconstructiemethode verder gevalideerd moeten worden voor reële

meetdata door gebruik te maken van een kwaliteitscriterium dat berust op het oordeel van diverse medische experten. Zulk een studie is echter zeer tijdrovend en vereist een grote inzet van de betrokken medici (zie ook paragraaf 5.2). Mede daardoor valt zo'n grondige studie buiten het bestek van dit onderzoek. We geven in deze paragraaf een korte bespreking van de bekomen resultaten vanuit het perspectief van de reconstructie van reële data.

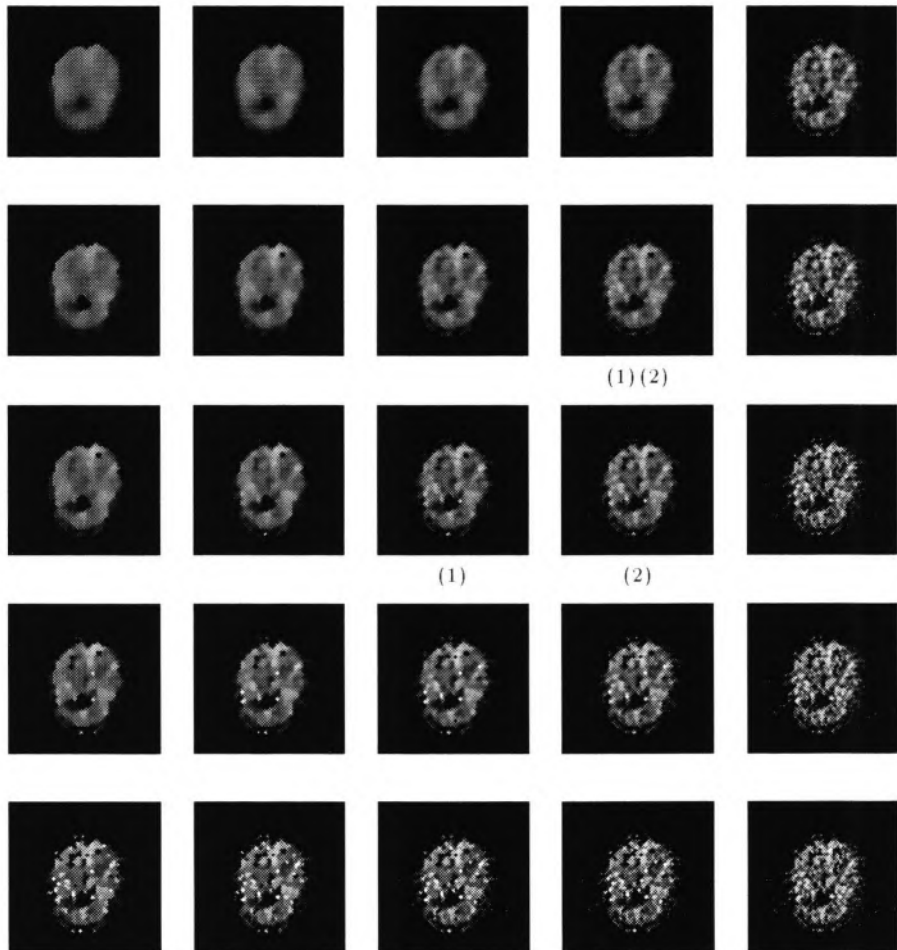
Beschouwen we eerst de resultaten die bekomen werden in de loop van hoofdstuk 5. We herhalen dat deze resultaten samengevat kunnen worden als het optimaliseren van de wijze waarop het minimum van de kostfunctie bereikt of benaderd wordt, t. t. z. het optimaliseren van het verloop van het simulated-annealing-algoritme. We merken op dat een groot aantal van deze resultaten probleemafhankelijk zijn, d. w. z. toepasbaar voor een algemeen probleem van combinatorische optimalisatie. De ligging van het minimum dat door het reconstructie-algoritme bereikt of benaderd wordt is volledig afhankelijk van de uitdrukking voor de kostfunctie. Aangezien zowel voor gesimuleerde meetdata als voor reële meetdata dezelfde uitdrukking voor de kostfunctie gehanteerd wordt, mogen we aannemen dat de optimalisaties van het simulated-annealingalgoritme geldig blijven voor reële data. Het is echter duidelijk dat deze bewering moeilijk bewezen kan worden.

Wat de analyse van de dataterm betreft herhalen we de conclusie dat de beide onderzochte uitdrukkingen – t. t. z. de GKK-dataterm en de ML-dataterm – kwalitatief gelijkwaardige beelden opleveren, maar dat de benodigde rekentijd voor de GKK-dataterm beduidend kleiner is. Wanneer we de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden voor reële data vergelijken (figuur 7.1), bemerken we dat er visueel nauwelijks verschil merkbaar is. Drukken we het verschil tussen twee gereconstrueerde beelden uit d. m. v. de gemiddelde kwadratische afwijking, dan blijkt de afwijking t. g. v. het verschil in dataterm ongeveer een grootteorde kleiner te zijn dan bv. het verschil t. g. v. van de a priori-term. Dit is begrijpelijk, vermits voor $4 \cdot 10^5$ tellen de a priori-term ongeveer 80% van de kostfunctie uitmaakt en de dataterm slechts ongeveer 20%. Aangezien de beeldverschillen t. g. v. het verschil in dataterm visueel nauwelijks waarneembaar zijn en numeriek verwaarloosbaar zijn t. o. v. de overige afwijkingen, besluiten we dat ook voor reële data de beide onderzochte datatermen kwalitatief gelijkwaardig zijn. Het spreekt vanzelf dat het verschil in rekentijd totaal onafhankelijk is van de gebruikte meetdata. We concluderen daarom dat ook voor reële data de GKK-dataterm te prefereren valt boven de ML-dataterm.



Figuur 7.1: Gereconstrueerd beeld met (a) ML-dataterm en (b) GKK-dataterm (reële data, $4 \cdot 10^5$ tellen).

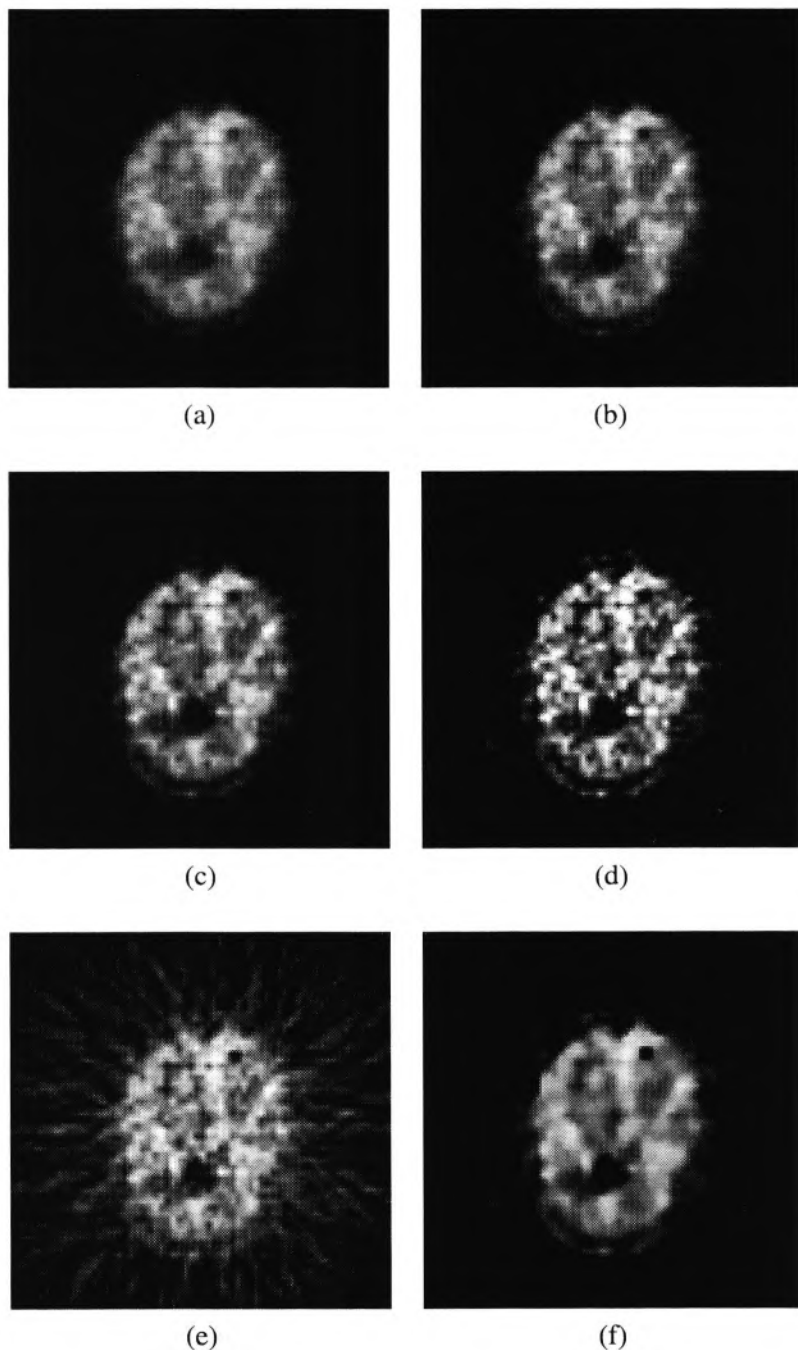
De belangrijkste parameters bij het bestuderen van de a priori-term zijn de vormparameter δ en de regularisatieparameter β . Beide parameters zijn afhankelijk van het aantal tellen. We onderzoeken of de optimale instellingen voor beide parameters die bekomen werden m. b. v. simulaties geldig blijven voor de reconstructie van reële data. Om dit na te gaan wordt eenzelfde dataset gereconstrueerd voor een groot aantal (δ, β) -waarden (Hebert & Leahy-potentiaalfuncties). Een aantal van de gereconstrueerde beelden worden weergegeven in figuur 7.2. We merken hierbij op dat van links naar rechts de waarde van δ toeneemt, terwijl van onder naar boven de waarde van β toeneemt. De parameterinstellingen die volgens de simulaties optimaal zijn, worden in deze figuur aangegeven met (1). Daarnaast werden de gereconstrueerde beelden voorgelegd aan een neuroloog van het UZ Gent. De beelden aangeduid met (2) zijn volgens hem het beste geschikt voor diagnostische doeleinden. We zien dat er een goede overeenkomst bestaat tussen de optimale parameterwaarden volgens de simulaties en de optimale waarden volgens de medische expert. Voor twee andere datasets werd een gelijkaardige overeenkomst vastgesteld; de resultaten ervan worden hier echter niet weergegeven. We herhalen dat een rigoureuze validatie van de optimalisatieprocedure uit paragraaf 6.3 voor de waarden van δ - en β uitgevoerd zou moeten worden voor een groot aantal reële beelden en met de medewerking van verschillende medische experts. Toch blijkt uit deze beperkte studie reeds dat de resultaten uit hoofdstuk 6 voor de optimale parameterinstellingen van de a priori-term bruikbaar zijn voor de reconstructie van reële data.



Figuur 7.2: Gereconstrueerde beelden voor verschillende waarden van δ en β ; (1) optimale waarden volgens simulaties en (2) optimale waarden volgens medische expert (reële data, $4 \cdot 10^5$ tellen).

We evalueren tenslotte de ontwikkelde reconstructiemethode door de gereconstrueerde beelden te vergelijken met deze afkomstig van ML-EM en gefilterde terugprojectie. De diverse reconstructies zijn weergegeven in figuur 7.3. Vergelijken we in eerste instantie de nieuwe methode met gefilterde terugprojectie, dan zien we duidelijk de afwezigheid van storende streepvormige artefacten. Wat de vergelijking met ML-EM betreft merken we op dat verschillende beelden uit het ML-EM-reconstructieproces weergegeven zijn (na 10, 15, 20 en 50 iteraties). We herkennen hierin duidelijk de karakteristieke eigenschappen van ML-EM. Na een klein aantal iteraties is het beeld voldoende vlak maar zijn de beeldkenmerken wazig; na een groter aantal iteraties verhoogt het contrast maar treedt ruisdeterioratie op in de vlakke beeldgebieden. We stellen vast dat het beeld dat gevormd wordt met het simulated-annealingalgoritme een hoge mate van contrast vertoont met behoud van vlakheid in de tussenliggende gebieden. Dit resultaat is in overeenstemming met wat intuïtief verwacht kan worden t. g. v. het gebruik van niet-convexe potentiaalfuncties.

Wegens de lange reconstructietijden (zie ook volgende paragraaf) is deze methode voorlopig enkel praktisch bruikbaar in een beperkt aantal gevallen. Wegens de scherpe aflijning van de verschillende (vlakke) beeldregio's zijn deze beelden o. a. uitstekend geschikt voor segmentatie (een segmentatiemethode voor PET- en SPECT-beelden wordt beschreven in [Bows91]). Hiervan kan vooral gebruik gemaakt worden bij de registratie van PET-beelden met beelden afkomstig van andere visualisatietechnieken. We vermelden bv. het samenvoegen van PET- en SPECT-gegevens. Dit wordt o. a. toegepast bij het onderzoek van neuroreceptoren. Aangezien voor PET en SPECT verschillende tracers beschikbaar zijn, ontstaan verschillende beelden die door superpositie bijkomende informatie opleveren. Daarnaast vermelden we ook het samenvoegen van verschillende PET-beelden. Bij de studie van dynamische fenomenen die zich over periodes van enkele dagen (of langer) uitstrekken (bv. neo-vascularisatie na infarct) is het noodzakelijk verschillende PET-beelden te coregistreren om het onderzochte fenomeen te kunnen visualiseren. Naast de registratie van beelden vermelden we ook de eventuele toepasbaarheid bij dynamische studies voor de bepaling van tijdsactiviteitscurven over ROI's. Meestal zijn slechts een zeer klein aantal coïncidenties beschikbaar per afzonderlijk beeld uit een dynamische studie, waardoor de reconstructies belangrijke artefacten bevatten. Dit resulteert in een grote spreiding op de meetpunten waaruit de tijdsactiviteitscurve afgeleid wordt. De bestudeerde ROI's vallen samen met functionele gebieden; deze gebieden worden bij de onder-



Figuur 7.3: Vergelijking van de verschillende reconstructiealgoritmen: (a) ML-EM na 10 iteraties, (b) ML-EM na 15 iteraties, (c) ML-EM na 20 iteraties, (d) ML-EM na 50 iteraties, (e) gefilterde terugprojectie en (f) MAP-reconstructie met simulated annealing.

zochte reconstructiemethode gemodelleerd als gebieden met constante intensiteit, zodat zelfs bij een beperkt aantal tellen de intensiteitsverdeling vrijwel vlak is. Hierdoor zal de spreiding op de diverse meetpunten dalen en zal de tijdsactiviteitscurve nauwkeuriger bepaald kunnen worden.

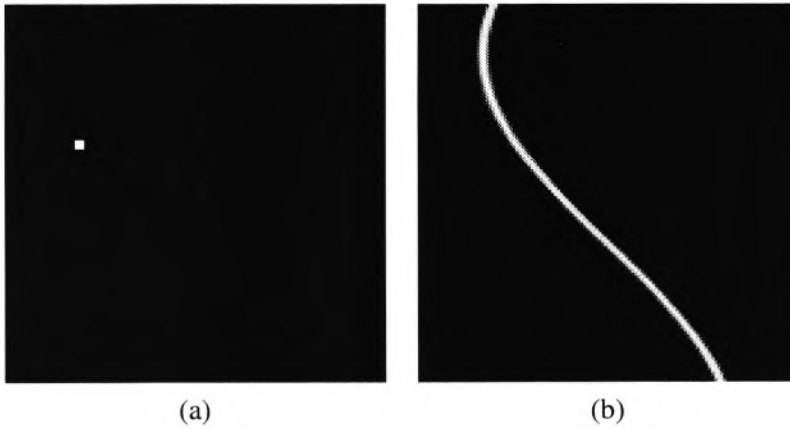
7.3 Versnelling van het reconstructiealgoritme

In dit onderdeel bespreken we de snelheid en mogelijke versnelling van het reconstructiealgoritme. Een eerste versnellingsmethode bestaat erin een tabel aan te leggen van de sinogramwijzigingen die veroorzaakt worden door het aanpassen van de intensiteit van pixels. Deze tabel is vrij omvangrijk, zodat de toepasbaarheid van deze methode beperkt wordt door de dimensie van de gereconstrueerde beelden. We hebben deze methode toegepast voor de reconstructietijden die in de volgende paragraaf besproken worden. Deze reconstructietijden worden vergeleken met gepubliceerde gelijkaardige resultaten. Tenslotte bespreken we twee mogelijkheden tot parallelisatie van het algoritme. We merken nog op dat de methode voor de bepaling van de begintemperatuur voor een zinvol beeld (paragraaf 5.5.1) beschouwd kan worden als een versnellingstechniek. Hierdoor kunnen nl. beelden afkomstig van andere (snellere) reconstructietechnieken als initieel beeld gebruikt worden, waardoor het aantal iteratiestappen drastisch daalt.

7.3.1 Tabellering van de impulsantwoorden

We herhalen dat tijdens elke iteratiestap de intensiteit van één pixel of enkele pixels aangepast wordt. Deze intensiteitsverandering heeft zowel een wijziging van de dataterm als van de a priori-term tot gevolg. Wat de a priori-term betreft betekent de verandering van één pixel de herberekening van de potentiaalbijdragen t. g. v. intensiteitsverschillen van deze pixel met zijn naburen. In het geval van een omgevingsstructuur van tweede orde bv. moeten 8 potentiaalbijdragen herberekend worden.

Wat de dataterm betreft moeten de bijdragen herberekend worden van alle sinogrampunten die afhankelijk zijn van de beschouwde pixel. We introduceren hiervoor het begrip impulsantwoord van een pixel. Hiermee wordt het sinogram bedoeld dat overeenstemt met een beeld waarin de beschouwde pixel intensiteit één heeft en alle overige pixels intensiteit nul. Dit impulsantwoord wordt schematisch weergegeven in figuur 7.4. Het is duidelijk dat de sinogramwijziging t. g. v. de intensiteitsverandering van een pixel gevonden kan worden door het im-



Figuur 7.4: Illustratie van het impulsantwoord van een pixel: (a) beeld dat enkel bestaat uit de gewijzigde pixel en (b) het corresponderend sinogram.

simulatie	berekend impulsantwoord	getabelleerd impulsantwoord	versnelling
$6 \cdot 10^6$ tellen	863 sec.	407 sec.	2.12
$6 \cdot 10^5$ tellen	641 sec.	311 sec.	2.06

Tabel 7.1: Versnelling t. g. v. het vooraf berekenen van de impulsantwoorden: totale rekestijd voor een zelfde aantal iteratiestappen met berekende en getabelleerde impulsantwoorden.

pulsantwoord van deze pixel te vermenigvuldigen met de gewenste intensiteitsverandering. Voor meerdere pixels ontstaat de totale sinogramwijziging door de afzonderlijke (met de intensiteitsverandering vermenigvuldigde) impulsantwoorden op te tellen. Uit een analyse van de rekestijd die nodig is voor de diverse bewerkingen per iteratiestap blijkt duidelijk dat de berekening van het impulsantwoord het meest tijdrovende onderdeel is. We kunnen de totale rekestijd daarom drastisch reduceren door alle impulsantwoorden bij aanvang van de reconstructie te berekenen en op te slaan. Uit de resultaten van tabel 7.1 blijkt dat hierdoor een versnellingsfactor van ongeveer 2 bereikt wordt.

Het is duidelijk dat voor de opslag van deze tabel een aanzienlijke hoeveelheid geheugen vereist is; deze hoeveelheid geheugen is evenredig met de derde macht van de beelddimensie. Voor 64×64 -beelden neemt de volledige tabel 6.5 MB in beslag, voor 128×128 -beelden bedraagt dit reeds 51.5 MB. De toepasbaarheid van deze versnellingsmethode zal bijgevolg afhankelijk zijn van de dimensie

van gereconstrueerde beelden en de beschikbare hoeveelheid geheugen. Eventueel kan gebruik gemaakt worden van symmetrieën om de benodigde hoeveelheid geheugen met een factor 8 te reduceren. Deze symmetrieën worden beschreven in [Jaco97]; de snelheidswinst zal in dit geval echter teruglopen.

7.3.2 Snelheid van het sequentiële algoritme

Aangezien een groot aantal iteratiestappen nodig zijn om een beeld te reconstrueren m. b. v. simulated annealing, is de benodigde totale rekentijd aanzienlijk. Alvorens de verdere versnelling van het algoritme te bestuderen bespreken we de totale reconstructietijden voor de sequentiële uitvoering van het algoritme, gebruik makend van de optimalisaties uit hoofdstuk 5 en de getabelde impulsantwoorden uit de voorgaande paragraaf. Uit simulaties blijkt dat de beeldfout een minimale waarde bereikt na ongeveer 2 miljoen iteraties voor 6.10^5 tellen (tabel 6.1). Dit correspondeert met een rekentijd van ongeveer 180 CPU-seconden (tabel 6.2). Deze resultaten zijn geldig voor een 64×64 -beeld. Voor een 128×128 -beeld stellen we vast dat het aantal iteraties ongeveer verdubbelt, wat leidt tot een toename van de totale rekentijd met een factor 4 (ongeveer 750 CPU-seconden). Gelijkaardige aantallen iteraties en reconstructietijden worden vastgesteld bij de reconstructie van reële data. Dit betekent dat voor resoluties die in de klinische praktijk gebruikt worden (128×128) de reconstructietijd ongeveer 12 tot 15 minuten per beeld bedraagt. We vergelijken dit met de resultaten van Mumcuoğlu *et al.*; dit zijn de meest recent gepubliceerde resultaten van een vergelijkbaar reconstructiealgoritme. In [Mumc96] stellen zij een verbeterd toegevoegde-gradiëntenalgoritme voor de MAP-reconstructie (gebruik makend van twee convexe a priori-termen: Gaussiaans en Huber) van PET-data voor. Zij vermelden een totale reconstructietijd van ongeveer 75 minuten voor 15 beelden, d. w. z. ongeveer 5 minuten per beeld.

We merken nog op dat de implementaties van FB en ML-EM die gebruikt werden om de beelden uit figuur 7.3 te reconstrueren niet geoptimaliseerd zijn m. b. t. rekentijd. We kunnen voor beide technieken dan ook geen reconstructietijden opgeven ter vergelijking. We merken echter op dat de benodigde rekentijd voor ML-EM minimaal één en voor FB minimaal enkele grootteorden kleiner is dan de rekentijd voor het simulated-annealingalgoritme. Uit deze tijden blijkt opnieuw duidelijk dat de onderzochte reconstructiemethode (voorlopig) enkel praktisch bruikbaar is in een aantal specifieke gevallen.

7.3.3 Parallellisatie van het algoritme

In paragraaf 4.10 werden een vijftal parallellisatiemethoden voor simulated annealing besproken. Vier methoden kunnen beschouwd worden als een parallelle berekening van het sequentiële algoritme. Een eerste methode bestaat erin de bewerkingen die per iteratiestap nodig zijn parallel te berekenen. De drie overige methoden voeren een aantal iteratiestappen parallel uit; zij verschillen van elkaar in de frequentie waarmee communicatie tussen de diverse processoren optreedt (d. w. z. het aantal iteraties tussen de synchronisatiestappen). De meest veelbelovende parallelle methode wijkt echter af van het sequentiële algoritme, zodat de convergentie-eigenschappen niet langer behouden blijven. Volgens Van Laarhoven *et al.* biedt deze methode echter de hoogst haalbare versnelling wanneer men over een groot aantal processoren beschikt [VLaa87]. De eerste en de laatste methode (d. w. z. parallelle berekeningen en de methode met "afwijkende" convergentie) zijn sterk probleemafhankelijk en worden dadelijk nader besproken. De drie overige methoden worden uitvoerig beschreven in [Azen92], maar worden hier niet verder onderzocht.

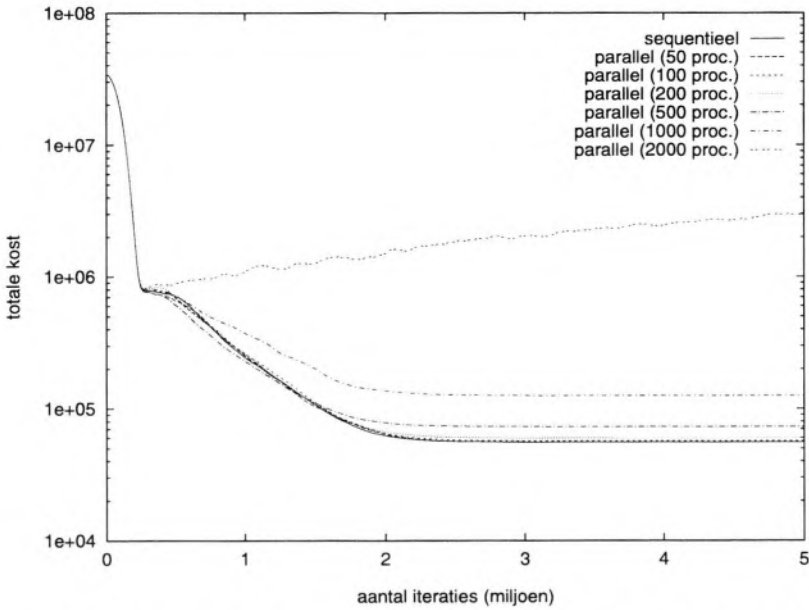
We hebben in eerste instantie onderzocht in hoeverre de uitvoering versneld kan worden door een parallelle berekening van de bewerkingen die gedurende elke iteratiestap nodig zijn. Zo moet bv. een aanpassing van de dataterm berekend worden voor elk sinogramelement dat tot het impulsantwoord van de gewijzigde pixel(s) behoort. Bovendien zijn deze aanpassingen onafhankelijk van elkaar. Dit type berekeningen lijkt uitermate geschikt voor parallellisatie [Quin87]. Er bleek echter vrijwel onmiddellijk dat de tijd die nodig is om een aantal parallelle bewerkingen op te starten vele malen groter is dan de tijd die nodig is voor de bewerkingen zelf. Bij een eerste implementatie bleek een parallelle uitvoering m. b. v. 4 processoren ongeveer 10 keer trager te zijn dan een sequentiële uitvoering m. b. v. slechts 1 processor. Deze methode van parallellisatie werd bijgevolg niet verder onderzocht. Ook [VLaa87] merken op dat deze aanpak enkel geschikt is voor zeer complexe kostfuncties.

Een tweede methode die onderzocht werd is de methode waarbij het verloop van het algoritme afwijkt van de sequentiële uitvoering. We herhalen kort het principe van deze methode. Elke processor start met dezelfde begintoestand en berekent een volledige iteratiestap (d. w. z. de generatie van een nieuwe toestand, de berekening van de kostverandering en de beslissing i. v. m. aanvaarding van de nieuwe toestand). Nadat alle processoren de berekening beëindigd hebben worden de resultaten gecentraliseerd. Voor een uitvoering van het sequentiële algoritme

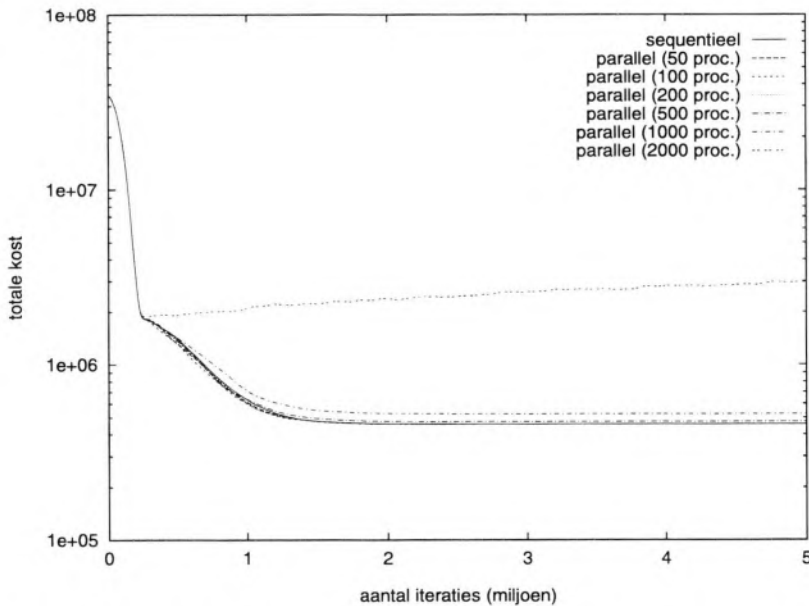
moeten de beslissingen van de overige processoren verworpen worden nadat een aanvaarde overgang gevonden is, vermits hierdoor het beslissingscriterium van de overige overgangen niet langer geldig is. Bij de onderzochte methode worden echter alle beslissingen uitgevoerd. De onderliggende motivatie is dat de kostverandering t. g. v. één pixelwijziging een verwaarloosbaar kleine invloed heeft op het aanvaardingscriterium van de overige pixelwijzigingen. Het is duidelijk dat deze onderstelling niet langer geldig zal blijven wanneer het aantal processoren zeer groot wordt.

De invloed van het aantal processoren op de kwaliteit van de eindoplossing kan gesimuleerd worden. De uitvoering wijkt in dit geval af van de sequentiële uitvoering doordat de waarde van de kostfunctie niet aangepast wordt na elke iteratiestap. Slechts na een aantal iteraties (het virtuele aantal processoren) wordt de wijziging van de kost t. g. v. de voorgaande veranderingen doorgevoerd. De resultaten van deze gesimuleerde parallele implementatie worden voorgesteld in figuren 7.5 tot 7.8. Bekijken we eerst het verloop van de totale kost in functie van het aantal iteraties, dan zien we in figuren 7.5 en 7.6 dat voor een groot aantal processoren het verloop nauwelijks afwijkt van het sequentiële algoritme. Voor $6 \cdot 10^6$ tellen lijken parallellisaties tot 500 processoren bruikbaar, voor $6 \cdot 10^5$ tellen zelfs tot 1000 processoren. We zien ook dat voor een te groot aantal processoren de convergentie van het algoritme totaal verloren gaat.

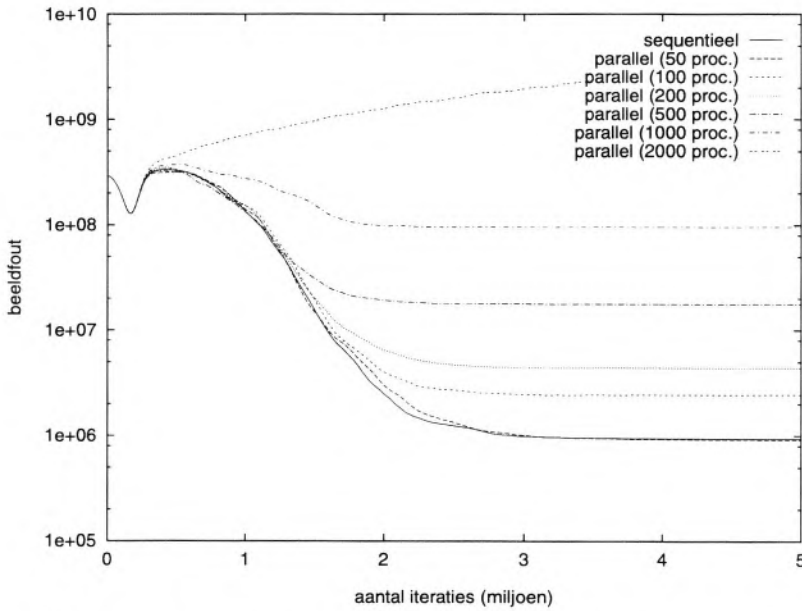
Bekijken we het verloop van de beeldfout in functie van het aantal iteraties (figuren 7.7 en 7.8), dan blijken verwaarloosbare afwijkingen van de kost te corresponderen met belangrijkere afwijkingen van de beeldfout. Voor $6 \cdot 10^5$ tellen zien we nog steeds dat parallellisaties tot 500 processoren een verwaarloosbare invloed hebben op de beeldfout. Voor $6 \cdot 10^6$ tellen daarentegen is enkel een parallele uitvoering m. b. v. 50 processoren gelijkwaardig met de sequentiële uitvoering. We moeten dit resultaat echter nuanceren. Hoewel de numerieke verschillen in beeldfout duidelijk zichtbaar zijn, is de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden dermate hoog dat deze verschillen visueel nauwelijks waarneembaar zijn. Voor visuele analyse van de gereconstrueerde beelden kunnen we bijgevolg stellen dat (bij $6 \cdot 10^6$ tellen) parallellisaties tot 200 processoren bruikbaar zijn. We zien dus dat de invloed van parallellisatie op de beeldkwaliteit afneemt bij een dalend aantal tellen. Dit is intuïtief verklaarbaar wegens de toenemende beeldfout van de eindoplossing bij een dalend aantal tellen, zodat de afwijkingen t. g. v. parallellisatie relatief minder doorslaggevend zijn.



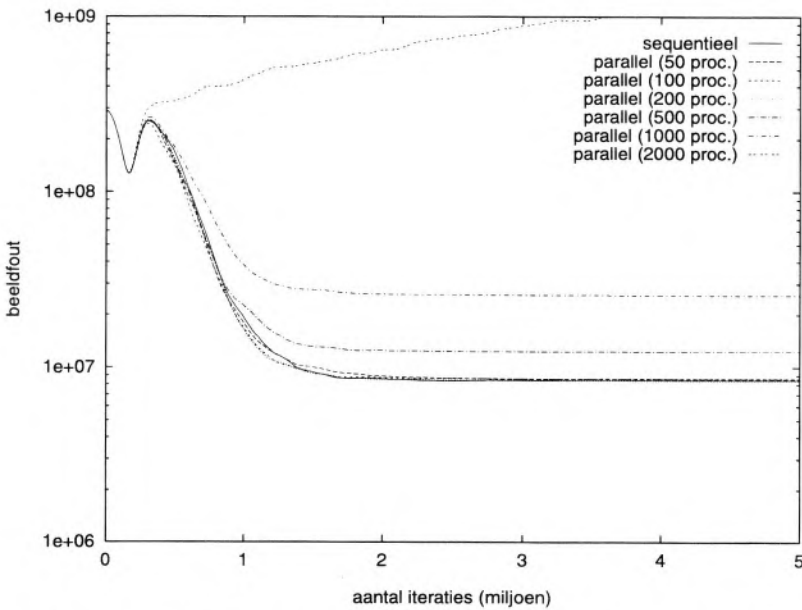
Figuur 7.5: Verloop van de totale kost i. f. v. het aantal iteraties voor de simulatie van een parallelle implementatie m. b. v. een verschillend aantal processoren (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen).



Figuur 7.6: Verloop van de totale kost i. f. v. het aantal iteraties voor de simulatie van een parallelle implementatie m. b. v. een verschillend aantal processoren (SL-fantoom, $6 \cdot 10^5$ tellen).



Figuur 7.7: Verloop van de beeldfout i. f. v. het aantal iteraties voor de simulatie van een parallelle implementatie m. b. v. een verschillend aantal processoren (SL-fantoom, $6 \cdot 10^6$ tellen).



Figuur 7.8: Verloop van de beeldfout i. f. v. het aantal iteraties voor de simulatie van een parallelle implementatie m. b. v. een verschillend aantal processoren (SL-fantoom, $6 \cdot 10^5$ tellen).

We merken tenslotte nog op dat deze resultaten niet enkel bruikbaar zijn voor computerarchitecturen met een groot aantal processoren. Voor de meeste toepassingen van parallelisatie blijkt dat communicatie tussen de processoren vertragend werkt. De zopas vermelde resultaten leveren een bovengrens voor het aantal iteraties die uitgevoerd kunnen worden alvorens de waarde van de kost geactualiseerd moet worden. Wanneer men over een zeer groot aantal processoren beschikt, betekent dit dat na elke (parallele) iteratiestap communicatie tussen de processoren moet optreden om de nieuwe waarde van de kostfunctie te verspreiden. Wanneer men slechts over een beperkt aantal processoren beschikt, betekent dit dat elke processor autonoom een aantal iteratiestappen kan berekenen en evalueren alvorens de resultaten centraal aangepast dienen te worden. In dit geval daalt bijgevolg de vertraging t. g. v. communicatie tussen de processoren.

7.4 Conclusie

In dit hoofdstuk wordt de implementatie van de onderzochte reconstructiemethode voor reële data bestudeerd. In een eerste onderdeel worden de diverse optimalisaties van het simulated-annealingalgoritme en van de kostfunctie besproken. Zonder een uitgebreide studie met een aantal medische experts uit te voeren, blijkt dat de conclusies uit de voorgaande hoofdstukken in belangrijke mate behouden blijven voor de reconstructie van reële data. In vergelijking met ML-EM blijken de gereconstrueerde beelden meer contrastrijk te zijn.

Wat de reconstructietijd betreft worden twee mogelijkheden tot versnelling van het algoritme onderzocht. Het sequentiële algoritme kan versneld worden door de impulsantwoorden van de pixelwijzigingen te tabelleren. De toepasbaarheid van deze aanpak wordt beperkt door de hoeveelheid beschikbaar geheugen. Bij vergelijking van de bekomen reconstructietijden voor het sequentiële algoritme met de tijden die door andere onderzoekers voorgesteld worden, blijkt simulated annealing bij benadering een factor 3 trager te zijn dan een toegevoegde gradiëntenalgoritme. Hoewel er een duidelijk snelheidsverschil is, is dit verschil kleiner dan wat men intuïtief zou verwachten van een simulated-annealingalgoritme. Bij vergelijking met snellere technieken zoals FB blijkt de reconstructietijd echter enkele grootteorden hoger te liggen.

Het algoritme blijkt echter uitstekend geschikt te zijn voor parallelisatie. Uit simulaties blijkt dat parallele implementaties met meer dan 100 virtuele processoren geen significante invloed hebben op de beeldkwaliteit. Deze resultaten be-

tekenen enerzijds dat de methode geïmplementerd kan worden op computerarchitecturen met een groot aantal processoren. Anderzijds zal voor een kleiner aantal processoren de vertraging t. g. v. communicatie tussen de processoren dalen.

Hoofdstuk 8

Samenvatting en conclusies

In dit proefschrift worden de verschillende aspecten van een reconstructiealgoritme voor PET-beelden op basis van simulated annealing bestudeerd. We herhalen de belangrijkste verwezenlijkingen en conclusies en benadrukken dat het hier om originele bijdragen gaat.

Na een algemene inleiding in hoofdstuk 1 volgen drie meer specifieke inleidende hoofdstukken. In hoofdstuk 2 wordt een beknopt overzicht gegeven van PET en het reconstructieprobleem dat zich bij deze beeldvormingstechniek stelt. Het Bayesiaanse formalisme vormt het algemeen theoretisch kader waarbinnen dit onderzoek zich situeert; dit formalisme wordt uitvoerig beschreven in hoofdstuk 3. Vervolgens wordt in hoofdstuk 4 een uitgebreide theoretische beschrijving van de combinatorische optimalisatietechniek simulated annealing gegeven. Voor deze onderzoeksdomeinen zijn een aantal overzichtswerken beschikbaar. Gezien echter de complexiteit van de materie vormen de hoofdstukken 3 en 4 en de uitgebreide literatuurstudie die eraan voorafging een wezenlijke bijdrage van dit proefschrift.

De beide luiken van het reconstructiealgoritme op basis van simulated annealing worden afzonderlijk behandeld. Enerzijds worden in hoofdstuk 5 de belangrijkste aspecten van het simulated-annealingalgoritme besproken en geoptimaliseerd voor de reconstructie van PET-beelden. We onderscheiden hierbij aspecten van het generatiemechanisme en van het afkoelingsschema. Het resultaat is een optimaal verloop van het iteratieproces om het minimum van de gebruikte kostfunctie te benaderen. Dit minimum – en bijgevolg het gereconstrueerde beeld – wordt volledig bepaald door de keuze van de kostfunctie. De vorm van de kost-

functie en de invloed ervan op de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden worden onderzocht in hoofdstuk 6.

We overlopen de belangrijkste originele bijdragen van dit onderzoek inzake de optimalisatie van het verloop van het simulated-annealingalgoritme. Wat de modellering van het detectieproces betreft stellen we vast dat het model van vierkanten met variabele breedte een goede benadering vormt voor het geometrisch exacte model. Het generatiemechanisme kan onderverdeeld worden in de pixelkeuze, de aanpassingsmethode en de korrelgrootte. Bij gesimuleerde data kan de efficiëntie van de pixelkeuze sterk verhoogd worden door gebruik te maken van voorafgaande contourdetectie. De aanpassingsmethode introduceert in alle praktisch bruikbare gevallen een aantal lokale minima. We constateren dat het vrijwel onmogelijk is deze lokale minima te vermijden door de aanpassingsmethode te optimaliseren. Het gebruik van een gepaste a priori-term in de kostfunctie is meer doeltreffend. Daarom wordt gekozen voor GAM als aanpassingsmethode. Een criterium voor de automatische bepaling van de intervalgrens voor de keuze van de korrelgrootte resulteert in een hogere efficiëntie per iteratiestap.

Wat het afkoelingsschema betreft worden achtereenvolgens de begintemperatuur, de lengte van de Markov-ketens, de methode voor temperatuurverlaging en het stopcriterium besproken. Op theoretische gronden worden twee criteria opgesteld voor de bepaling van de begintemperatuur, nl. één voor een willekeurig en één voor een zinvol beginbeeld. We benadrukken dat vooral de bepaling van de temperatuur voor een zinvol beginbeeld tot nog toe vrijwel niet bestudeerd werd. Deze nieuwe methode laat toe het reconstructieproces aanzienlijk te versnellen door gebruik te maken van andere (snellere) reconstructietechnieken als initiële benadering. De lengte van de Markov-ketens wordt bepaald m. b. v. een criterium dat gebaseerd is op het concept van thermisch evenwicht. De temperatuur wordt tussen opeenvolgende Markov-ketens verlaagd m. b. v. een adaptief criterium dat toelaat voldoende traag af te koelen tijdens cruciale fasen van de reconstructie. Als stopcriterium wordt een aangepaste versie van het criterium voor de lengte van de Markov-ketens gebruikt. We vestigen er de aandacht op dat deze resultaten bekomen werden tijdens de ontwikkeling van een reconstructiealgoritme voor PET-beelden, maar in vrijwel alle gevallen toepasbaar zijn voor een algemeen probleem van combinatorische optimalisatie.

De analyse van de kostfunctie in hoofdstuk 6 valt uiteen in een bespreking van de dataterm en een bespreking van de a priori-term. De onderzochte termen worden ook door andere onderzoekers toegepast. De originele bijdrage van dit

onderzoek bevindt zich in de systematische vergelijking van de verschillende termen en hun invloed op de beeldkwaliteit. Voor de dataterm stellen we vast dat de GKK-dataterm en de ML-dataterm kwalitatief gelijkwaardige beelden opleveren, maar dat de GKK-dataterm wegens zijn kortere rekentijd per iteratiestap te verkiezen valt. Van de vier onderzochte niet-convexe a priori-termen blijkt de Hebert & Leahy-term te resulteren in de laagste beeldfout, evenwel met een kleine toename van de reconstructietijd tot gevolg. Daarnaast werd ook een grondige studie uitgevoerd van de vormparameter en de regularisatieparameter van de kostfunctie: het verband tussen beide, de invloed van het aantal coïncidenties op de optimale waarden en de sensitiviteit van de beeldfout voor suboptimale waarden werden onderzocht.

De bekomen resultaten uit de voorgaande hoofdstukken, die een gevolg zijn van simulaties m. b. v. fantoombeelden, worden in hoofdstuk 7 geverifieerd voor de reconstructie van reële data. Uit een beperkte studie blijkt dat de bekomen conclusies in belangrijke mate behouden blijven. Een meer uitvoerige studie met medewerking van een aantal medische experts is hier echter aangewezen. Wanneer de gereconstrueerde beelden vergeleken worden met beelden die afkomstig zijn van andere reconstructietechnieken (FB, ML-EM) blijkt dat de onderzochte methode aanleiding geeft tot beelden met een hoog contrast zonder ongunstige neveneffecten van ruisdeterioratie in de overige (vlakke) beeldregio's. In een aantal specifieke praktische gevallen is deze nieuwe methode beter te verkiezen boven bestaande technieken.

In dit hoofdstuk worden ook een aantal mogelijkheden ter versnelling van het algoritme onderzocht. Wanneer voldoende geheugen beschikbaar is kan het sequentiële algoritme beduidend versneld worden door de impulsantwoorden te tabelleren. De meest veelbelovende aanpak voor versnelling is echter parallelisatie. Uit simulaties blijkt dat het gebruik van 100 virtuele parallelle processoren geen significante invloed heeft op de beeldkwaliteit. Dit impliceert enerzijds de toepasbaarheid van computerarchitecturen met een groot aantal processoren en anderzijds een beperking van het aantal communicatiestappen voor architecturen met een beperkt aantal processoren.

Een belangrijke vaststelling betreft de afhankelijkheid van ruis (t. t. z. het aantal coïncidenties) van een aantal onderzoekspunten. De methode is ontwikkeld om de kwaliteit van de gereconstrueerde beelden te verbeteren door gebruik te maken van a priori-kennis. Bijgevolg is deze methode hoofdzakelijk aangewezen bij een beperkt aantal tellen. Voor een dalend aantal tellen constateren we:

1. een daling van het aantal iteraties die nodig zijn voor convergentie;
2. een daling van de gevoeligheid voor de waarde van de temperatuurdalingsfactor;
3. een daling van de sensitiviteit voor suboptimale waarden van de vormparameter en de regularisatieparameter;
4. een toename van het aantal virtuele parallele processoren die gebruikt kunnen worden zonder nadelige invloed op de beeldfout.

Samenvattend kunnen we stellen dat uit de reconstructietijden en de karakteristieken van de gereconstrueerde beelden blijkt dat de reconstructiemethode op basis van simulated annealing (voorlopig) enkel praktisch bruikbaar is voor een aantal specifieke toepassingen en voor een laag aantal coïncidenties. Door de voortdurende toename van de computer-rekenkracht en vooral de uitstekende mogelijkheden tot parallelisatie zal in de toekomst deze techniek frequenter toegepast kunnen worden.

We benadrukken nogmaals dat alle vermelde resultaten het gevolg zijn van origineel onderzoek en o. a. aanleiding hebben gegeven tot een aantal bijdragen op internationale conferenties [Sund94b, Sund94c, Sund94a, Sund95, Sund96].

Bibliografie

- [Aart85] E.H.L. Aarts en P.J.M. Van Laarhoven. Statistical Cooling: a General Approach to Combinatorial Optimization Problems. *Philips Journal of Research*, 40(4):193–226, 1985.
- [Abra92] D. Abramson. A Very High Speed Architecture for Simulated Annealing. *Computer*, 25(5):27–36, 1992.
- [Akay95] M. Akay (editor). *Wavelets for Image Analysis*, volume 14(5) van *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 1995.
- [Aldr96] A. Aldroubi en M. Unser. *Wavelets in Medicine and Biology*. CRC Press, Boca Raton, 1996.
- [Alen94] S. Alenius. Bayesian Image Reconstruction in Positron Emission Tomography Using Median Root Prior. In *TUT Symposium on Signal Processing*, Tampere, Finland, 1994.
- [Alen97] S. Alenius en U. Ruotsalainen. Bayesian Image Reconstruction for Emission Tomography Based on Median Root Prior. *European Journal of Nuclear Medicine*, 24(3):258–265, 1997.
- [Allw89] J.R.A. Allwright en D.B. Carpenter. A Distributed Implementation of Simulated Annealing for the Travelling Salesman Problem. *Parallel computing*, 10(3):335–338, 1989.
- [Ande97] J.M.M. Anderson, B.A. Mair, M. Rao en C.H. Wu. Weighted Least-Squares Reconstruction Methods for Positron Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 16(2):159–165, 1997.
- [Arde93] B.A. Ardekani, M. Braun en B.F. Hutton. Improved Quantification with the Use of Anatomical Information in PET Image Reconstruction. In K. Uemura, N.A. Lassen, T. Jones en A. Inugami (editors), *Quantification of Brain Function, Tracer Kinetics and Image Analysis in Brain PET*, blzn. 351–359. Elsevier, 1993.
- [Arde96] B.A. Ardekani, M. Braun, B. Hutton en I. Kanno. Minimum Cross-Entropy Reconstruction of PET Images Using Prior Anatomical Information Obtained

- from MR. In R. Myers, V. Cunningham, D. Bailey en T. Jones (editors), *Quantification of Brain Function Using PET*, hoofdstuk 23, blzn. 113–117. Academic Press, 1996.
- [Azen87a] R. Azencott. Gibbs Fields, Simulated Annealing and Low Level Vision Tasks. In *Reconnaissance des formes et intelligence artificielle*, blzn. 1183–1191. Ed. Dunod, Tome II, 1987.
- [Azen87b] R. Azencott. Image Analysis and Markov Fields. In *SIAM Proc. of First International Conference on Industrial and Applied Mathematics*, blzn. 53–61, Paris, France, 1987.
- [Azen88] R. Azencott. Simulated Annealing. *Seminaire Bourbaki*, 697:223–237, 1988.
- [Azen92] R. Azencott. *Simulated Annealing: Parallelization Techniques*. Wiley, New York, 1992.
- [Bane90] P. Banerjee, M.H. Jones en J.S. Sargent. Parallel Simulated Annealing Algorithms for Cell Placement on Hypercube Multiprocessors. *IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems*, 1(1):91–106, 1990.
- [Barr90] H.H. Barrett. Objective Assessment of Image Quality: Effects of Quantum Noise and Object Variability. *Journal of the Optical Society of America A*, 7(7):1266–1278, 1990.
- [Barr91] H.H. Barrett, J.N. Aarsvold en T.J. Roney. Null Functions and Eigenfunctions: Tools for the Analysis of Imaging Systems. In A.C.F. Colchester en D.J. Hawkes (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, blzn. 211–226. Wiley-Liss Inc., 1991.
- [Barr92] H.H. Barrett, T. Gooley, K. Girodias, J. Rolland, T. White en J. Yao. Linear Discriminants and Image Quality. *Image and Vision Computing*, 10(6):451–460, 1992.
- [Barr93] H.H. Barrett, J. Yao, J.P. Rolland en K. Myers. Model Observers for Assessment of Image Quality. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 90:9758–9765, 1993.
- [Barr94] H.H. Barrett, D.W. Wilson en B.M.W. Tsui. Noise Properties of the EM Algorithm: I. Theory. *Physics in Medicine and Biology*, 39(5):833–846, 1994.
- [Barr95] H.H. Barrett, J.L. Denny, R.F. Wagner en K.J. Myers. Objective Assessment of Image Quality II: Fisher Information, Fourier Crosstalk and Figures of Merit for Task Performance. *Journal of the Optical Society of America A*, 12(5):834–852, 1995.
- [Bast93] K. Bastiaens, I. Lemahieu, P. Desmedt en W. Vandermeersch. An Efficient Implementation of the ML-EM Algorithm for PET Image Reconstruction with a Multi-Threaded Operating System. Technisch rapport, Vakgroep ELIS, Universiteit Gent, 1993.

- [Berg82] M. Bergström, J. Litton, L. Eriksson, C. Bohm en G. Blomqvist. Determination of Object Contour from Projections for Attenuation Correction in Cranial Positron Emission Tomography. *Journal of Computer Assisted Tomography*, 6(2):365–372, 1982.
- [Bern94] J.M. Bernardo en A.F.M. Smith. *Bayesian Theory*. Wiley, Chichester, 1994.
- [Besa74] J.E. Besag. Spatial Interaction and the Spatial Analysis of Lattice Systems. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 36(2):192–236, 1974.
- [Besa86] J.E. Besag. On the Statistical Analysis of Dirty Pictures. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 48:259–302, 1986.
- [Besa93] J.E. Besag en P.J. Green. Spatial Statistics and Bayesian Computation. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 55:25–37, 1993.
- [Bhat96] M. Bhatia, W.C. Karl en A.S. Willsky. A Wavelet-Based Method for Multiscale Tomographic Reconstruction. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 15(1):92–101, 1996.
- [Bilb89a] G. Bilbro, R. Mann, T.K. Miller, W.E. Snyder, D.E. Van den Bout en M. White. Optimization by Mean Field Annealing. In D.S. Touretzky (editor), *Advances in Neural Information Processing Systems 1*, blzn. 91–98. Morgan Kaufmann, 1989.
- [Bilb89b] G.L. Bilbro en W.E. Snyder. Range Image Restoration Using Mean Field Annealing. In D.S. Touretzky (editor), *Advances in Neural Information Processing Systems 1*, blzn. 594–601. Morgan Kaufmann, 1989.
- [Bilb91a] G. Bilbro. General Method for Accelerating Simulated Annealing Algorithms for Bayesian Image Restoration. In *Proc. SPIE Stochastic and Neural Methods in Signal Processing, Image Processing and Computer Vision*, blzn. 88–98, San Diego, 1991.
- [Bilb91b] G.L. Bilbro, W.E. Snyder en R.C. Mann. Mean-Field Approximation Minimizes Relative Entropy. *Journal of the Optical Society of America A*, 8(2):290–294, 1991.
- [Blom90] G. Blomqvist. Maps of Receptor Binding Parameters in the Human Brain - A Kinetic Analysis of PET Measurements. *European Journal of Nuclear Medicine*, 16:257–265, 1990.
- [Bono84] E. Bonomi en J.L. Lutton. The N-City Travelling Salesman Problem: Statistical Mechanics and the Metropolis Algorithm. *SIAM Review*, 26(4):551–568, 1984.
- [Bono86] E. Bonomi en J.L. Lutton. The Asymptotic Behaviour of Quadratic Sum Assignment Problems: A Statistical Mechanics Approach. *European Journal of Operational Research*, 26:295–300, 1986.

- [Bouc96] F. Bouchet, J.F. Lecomte, J.M. Travère en D. Bloyet. Comparison Between a Deterministic and a Bayesian Approach in Image Reconstruction. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 180, Amsterdam, The Netherlands, 1996.
- [Boum93] C. Bouman en K. Sauer. A Generalized Gaussian Image Model for Edge-Preserving MAP Estimation. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 2(3):296–310, 1993.
- [Boum94] C.A. Bouman en M. Shapiro. A Multiscale Random Field Model for Bayesian Image Segmentation. *IEEE Trans. Image Processing*, 3(2):162–177, 1994.
- [Boum96] C.A. Bouman en K. Sauer. A Unified Approach to Statistical Tomography Using Coordinate Descent Optimization. *IEEE Trans. Image Processing*, 5(3):480–492, 1996.
- [Bows91] J.E. Bowsher, V.E. Johnson en C.E. Floyd Jr. Image Segmentation in Bayesian Reconstructions for Emission Computed Tomography. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 3, blzn. 2006–2011, Santa Fe, 1991.
- [Brow92] J.K. Brown, B.H. Hasegawa en T.F. Lang. A Hybrid Maximum Likelihood - Least Squares Reconstruction Algorithm for Emission Computed Tomography. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 2, blzn. 1120–1122, Orlando, 1992.
- [Brow94] J.K. Brown, B.H. Hasegawa en T.F. Lang. Iterative Concurrent Reconstruction Algorithms for Emission Computed Tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 39:1113–1132, 1994.
- [Bult95] A. Bultheel. Learning to Swim in a Sea of Wavelets. *Bulletin of the Belgian Mathematical Society*, 2:1–44, 1995.
- [Byrn93] C.L. Byrne. Iterative Image Reconstruction Algorithms Based on Cross-Entropy Minimization. *IEEE Trans. Image Processing*, 2(1):96–103, 1993.
- [Carn85] P. Carnevali, L. Coletti en S. Patarnello. Image Processing by Simulated Annealing. *IBM Journal of Research and Development*, 29(6):569–579, 1985.
- [Catt88a] F. Catthoor, H. de Man en J. Vandewalle. SAMURAI: A General and Efficient Simulated-Annealing Schedule With Fully Adaptive Annealing Parameters. *Integration, the VLSI Journal*, 6:147–178, 1988.
- [Catt88b] F. Catthoor, H. de Man en J. Vandewalle. Simulated-Annealing-Based Optimization of Coefficient and Data Word-Lengths in Digital Filters. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 16:371–190, 1988.
- [Chen91a] C.M. Chen, S.Y. Lee en Z.H. Cho. Parallelization of the EM Algorithm for 3-D PET Image Reconstruction. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 10(4):513–522, 1991.

- [Chen91b] C.T. Chen, X. Ouyang, W.H. Wong, X. Hu, V.E. Johnson, C. Ordonez en C.E. Metz. Sensor Fusion in Image Reconstruction. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 38(2):687–692, 1991.
- [Chen94] C.M. Chen en S.Y. Lee. A New Parallel EM Algorithm with the Optimal Data Replication on a Hypercube Multiprocessor for 3D PET Image Reconstruction. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 386, 1994.
- [Chin92] G. Chinn en S.C. Huang. Noise and Resolution of Bayesian Reconstruction for Multiple Image Configurations. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 2, blzn. 1157–1159, Orlando, 1992.
- [Chin93] G. Chinn en S.C. Huang. Noise and Resolution of Bayesian Reconstruction for Multiple Image Configurations. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 40(6):2059–2063, 1993.
- [Clin92] N.H. Clinthorne. Constrained Least Squares vs. Maximum Likelihood Reconstruction from Poison Data. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 2, blzn. 1237–1239, Orlando, 1992.
- [Clin93] N.H. Clinthorne, T.S. Pan, P.C. Chiao, W.L. Rogers en J.A. Stamos. Preconditioning Methods for Improved Convergence Rates in Iterative Reconstruction. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 12(1):78–83, 1993.
- [Coll88] N.E. Collins, R.W. Eglese en B.L. Golden. Simulated Annealing - An Annotated Bibliography. *Americal Journal of Mathematical and Management Sciences*, 8(3 & 4):209–307, 1988.
- [Conn89] D.P. Connors en P.R. Kumar. Simulated Annealing Type Markov Chains and Their Order Balance Equations. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 27(6):1440–1461, 1989.
- [Defr90] M. Defrise, D. Townsend en A. Geissbuhler. Implementation of Three-Dimensional Image Reconstruction for Multi-Ring Positron Tomographs. *Physics in Medicine and Biology*, 35(10):1361–1372, 1990.
- [Dela95] A.H. Delaney en Y. Bresler. Multiresolution Tomographic Reconstruction Using Wavelets. *IEEE Trans. Image Processing*, 4(6):799–813, 1995.
- [Dela98] A.H. Delaney en Y. Bresler. Globally Convergent Edge-Preserving Regularized Reconstruction: An Application to Limited-Angle Tomography. *IEEE Trans. Image Processing*, 7(2):204–221, 1998.
- [Demo89] G. Demoment. Image Reconstruction and Restoration: Overview of Common Estimation Structures and Problems. *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, 37(12):2024–2036, 1989.
- [Demp77] A.P. Dempster, N.M. Laird en D.B. Rubin. Maximum Likelihood from Incomplete Data via the EM Algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 39:1–38, 1977.

- [DePi95] A.R. De Pierro. A Modified Expectation Maximization Algorithm for Penalized Likelihood Estimation in Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 14(1):132–137, 1995.
- [Dere75] S.E. Derenzo, H. Zaklad en T.F. Budinger. Analytical Study of a High-Resolution Positron Ring Detector System for Transaxial Reconstruction Tomography. *Journal of Nuclear Medicine*, 16(12):1166–1173, 1975.
- [Desm91] P. Desmedt, K. Thielemans, I. Lemahieu, F. Vermeulen, D. Vogelaers and F. Colardyn. Measured Attenuation Correction Using the Maximum Likelihood Algorithm. *Medical Progress Through Technology*, 17:199–204, 1991.
- [Desm95] P. Desmedt. *Bayesiaanse beeldreconstructie in positron-emissietomografie*. Doctoraatsproefschrift, Vakgroep ELIS, Universiteit Gent, 1995.
- [Dodd90] N. Dodd. Slow Annealing Versus Multiple Fast Annealing Runs - An Empirical Investigation. *Parallel Computing*, 16:269–272, 1990.
- [Doni94] T.F. Doniere en A.P. Dhawan. A Transition Criterion for the Multigrid Expectation Maximization Reconstruction Algorithm for Positron Emission Tomography. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 544, 1994.
- [Doni95] T.F. Doniere en A.P. Dhawan. Transition Criterion for the Multigrid Expectation Maximization Reconstruction Algorithm for PET. In *Proc. SPIE Medical Imaging Conference*, blzn. 399–404, San Diego, 1995.
- [EIA191] M. El Alaoui, I.E. Magnin en M. Amiel. Simulated Annealing Image Reconstruction for an X-Ray Coded Source Tomograph. In *Proc. SPIE Stochastic and Neural Methods in Signal Processing, Image Processing and Computer Vision*, blzn. 80–87, San Diego, 1991.
- [Eski96] A.M. Eskicioglu. Application of Multidimensional Quality Measures to Reconstructed Medical Images. *Optical Engineering*, 35(3):778–785, 1996.
- [Ette85] R. Ettelaie en M.A. Moore. Residual Entropy and Simulated Annealing. *Journal de Physique - Lettres*, 46(19):L893–L900, 1985.
- [Fess93] J.A. Fessler. Tomographic Reconstruction Using Information-Weighted Spline Smoothing. In H.H Barrett en A.F. Gmitro (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, volume 687 van *Lecture Notes on Computer Science*, blzn. 372–386. Springer-Verlag, 1993.
- [Fess94] J.A. Fessler. Penalized Weighted Least-Squares Image Reconstruction for Positron Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 13(2):290–300, 1994.
- [Fess95] J.A. Fessler. Hybrid Poisson/Polynomial Objective Functions for Tomographic Image Reconstruction from Transmission Scans. *IEEE Trans. Image Processing*, 4(10):1439–1450, 1995.

- [Fess96a] J.A. Fessler. Mean and Variance of Implicitly Defined Biased Estimators (Such as Penalized Maximum Likelihood): Applications to Tomography. *IEEE Trans. Image Processing*, 5(3):493–506, 1996.
- [Fess96b] J.A. Fessler en W.L. Rogers. Spatial Resolution Properties of Penalized-Likelihood Image Reconstruction: Space-Invariant Tomographs. *IEEE Trans. Image Processing*, 5(9):1346–1358, 1996.
- [Fess97] J.A. Fessler, E.P. Ficaro, N.H. Clinthorne en K. Lange. Grouped-Coordinate Ascent Algorithms for Penalized-Likelihood Transmission Image Reconstruction. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 16(2):166–175, 1997.
- [Frie74] B.R. Frieden. Restoration of Pictures by Monte-Carlo Allocation of Pseudograins. In *Proc. 2nd International Joint Conference on Pattern Recognition (IEEE, New York)*, blzn. 141–142, Copenhagen, Denmark, 1974.
- [Frig93] A. Frigerio en G. Grillo. Simulated Annealing with Time-Dependent Energy Function. *Mathematische Zeitschrift*, 213(1):97–116, 1993.
- [Fu86] Y. Fu en P.W. Anderson. Application of Statistical Mechanics to NP-Complete Problems in Combinatorial Optimisation. *Journal of Physics A: Math. Gen.*, 19:1605–1620, 1986.
- [Geig91] D. Geiger en F. Girosi. Parallel and Deterministic Algorithms From MRF's: Surface Recognition. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(5):401–412, 1991.
- [Gema84] S. Geman en D. Geman. Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 6(6):721–741, 1984.
- [Gema90] D. Geman, S. Geman, C. Graffigne en P. Dong. Boundary Detection by Constrained Optimization. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7):609–628, 1990.
- [Gema92] D. Geman en G. Reynolds. Constrained Restoration and the Recovery of Discontinuities. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(3):367–383, 1992.
- [Gers93] J. Gerson, V.A. Cardenas en G. Fein. Equivalent Dipole Parameter Estimation Using Simulated Annealing. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 322, 1993.
- [Geye94] C.J. Geyer en E.A. Thompson. Annealing Markov Chain Monte Carlo with Applications to Ancestral Inference. Technical Report No. 589 R(1), School of Statistics, University of Minnesota, 1994.
- [Gida85] B. Gidas. Nonstationary Markov Chains and Convergence of the Annealing Algorithm. *Journal of Statistical Physics*, 39:73–131, 1985.

- [Gida89] B. Gidas. A Renormalization Group Approach to Image Processing Problems. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(2):164–180, 1989.
- [Gind93a] G. Gindi, M. Lee, A. Rangarajan en I.G. Zubal. Bayesian Reconstruction of Functional Images Using Anatomical Information as Priors. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 12(4):670–680, 1993.
- [Gind93b] G. Gindi, A. Rangarajan, M. Lee, P.J. Hong en I.G. Zubal. Bayesian Reconstruction for Emission Tomography via Deterministic Annealing. In H.H. Barrett en A.F. Gmitro (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, volume 687 van *Lecture Notes on Computer Science*, blzn. 322–338. Springer-Verlag, 1993.
- [Giro91] K.A. Girodias, H.H. Barrett en R.L. Shoemaker. Parallel Simulated Annealing for Emission Tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 36(7):921–938, 1991.
- [Gool90] T.A. Gooley. *Quantitative Comparisons of Statistical Methods in Image Reconstruction*. PhD thesis, University of Arizona, 1990.
- [Gool92] T.A. Gooley en H.H. Barrett. Evaluation of Statistical Methods of Image Reconstruction Through ROC Analysis. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 11(2):276–283, 1992.
- [Gree86] J.W. Greene en K.J. Supowit. Simulated Annealing Without Rejected Moves. *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, 5(1):221–228, 1986.
- [Gree90a] P.J. Green. Bayesian Reconstructions From Emission Tomography Data Using a Modified EM Algorithm. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 9(1):84–93, 1990.
- [Gree90b] D.R. Greening. Parallel Simulated Annealing Techniques. *Physica D: Non-linear Phenomena*, 42(1-3):293–306, 1990.
- [Gree95] D.R. Greening. *Simulated Annealing with Errors*. PhD thesis, University of California, Los Angeles, 1995.
- [Grov87] L.K. Grover. Standard Cell Placement Using Simulated Sintering. In *Proc. 24th ACM/IEEE Design Automation Conference*, blzn. 56–59, 1987.
- [Gull78] S.F. Gull en G.J. Daniell. Image Reconstruction from Incomplete and Noisy Data. *Nature*, 272:686–690, 1978.
- [Haje88] B. Hajek. Cooling Schedules for Optimal Annealing. *Mathematics of Operations Research*, 13(2):311–329, 1988.
- [Hajj96] H.M. Hajj, T.Q. Nguyen en R.T. Chin. Multiscale Edge Detection for Medical Image Enhancement. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 434, Amsterdam, The Netherlands, 1996.

- [Han92] Y.S. Han en W.E. Snyder. Discontinuity-preserving Vector Smoothing on Multivariate MR Images Via Vector Mean-Field Annealing. In *Proc. SPIE Mathematical Methods in Medical Imaging*, blzn. 69–80, San Diego, 1992.
- [Han93] Y.S. Han. *Annealing Methods in Iterative Image Processing with Medical Applications*. PhD thesis, North Carolina State University, 1993.
- [Hans92] P.C. Hansen. Analysis of Discrete Ill-Posed Problems by Means of the L-Curve. *SIAM Review*, 34(4):561–580, 1992.
- [Hans95] K.M. Hanson en G.S. Cunningham. Exploring the Reliability of Bayesian Reconstructions. In *Proc. SPIE Medical Imaging Conference*, blzn. 416–423, San Diego, 1995.
- [Hart87] H. Hart en Z. Liang. Bayesian Image Processing in Two Dimensions. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 6(3):201–208, 1987.
- [Hebe88] T. Hebert, R. Leahy en M. Singh. Fast MLE for SPECT Using an Intermediate Polar Representation and a Stopping Criterion. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 35(1):615–619, 1988.
- [Hebe89] T. Hebert en R. Leahy. A Generalized EM Algorithm for 3-D Bayesian Reconstruction from Poisson Data Using Gibbs Priors. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 8(2):194–202, 1989.
- [Hebe90] T.J. Hebert. Statistical Stopping Criteria for Iterative Maximum Likelihood Reconstruction of Emission Images. *Physics in Medicine and Biology*, 35(9):1221–1232, 1990.
- [Hebe92a] T.J. Hebert. A Union of Deterministic and Stochastic Methods for Image Reconstruction. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 2, blzn. 1117–1119, Orlando, 1992.
- [Hebe92b] T.J. Hebert en S.S. Gopal. The GEM MAP Algorithm with 3-D SPECT System Response. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 11(1):81–90, 1992.
- [Hebe92c] T.J. Hebert en R. Leahy. Statistic-Based MAP Image Reconstruction from Poisson Data Using Gibbs Priors. *IEEE Trans. Signal Processing*, 40(9):2290–2303, 1992.
- [Herm79] G.T. Herman. *Image Reconstruction from Projections: Implementations and Applications*, volume 32 van *Topics in Applied Physics*. Springer-Verlag, Berlin, 1979.
- [Herm89] G.T. Herman en K.T.D. Yeung. Evaluators of Image Reconstruction Algorithms. Technical Report MIPG-151, Medical Image Processing Group, Department of Radiology, University of Pennsylvania, 1989.
- [Herm91] G.T. Herman en D. Odhner. Performance Evaluation of an Iterative Image Reconstruction Algorithm for Positron Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 10(3):336–346, 1991.

- [Higd97] D.M. Higdon, J.E. Bowsher, V.E. Johnson, T.G. Turkington, D.R. Gilland and R.J. Jaszczak. Fully Bayesian Estimation of Gibbs Hyperparameters for Emission Computed Tomography Data. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 16(5):516–526, 1997.
- [Hiri89] H.P. Hiriyanaiyah, G.L. Bilbro, W.E. Snyder en R.C. Mann. Restoration of Piecewise-Constant Images by Mean-Field Annealing. *Journal of the Optical Society of America A*, 6(12):1901–1912, 1989.
- [Hoff90] K.H. Hoffman en P. Salamon. The Optimal Simulated Annealing Schedule for a Simple Model. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 23(15):3511–3523, 1990.
- [Huan81] S.C. Huang, R.E. Carson, M.E. Phelps, E.J. Hoffman, H.R. Schelbert en D.E. Kuhl. A Boundary Method for Attenuation Correction in Positron Computed Tomography. *Journal of Nuclear Medicine*, 22(7):627–637, 1981.
- [Huds94] H.M. Hudson en R.S. Larkin. Accelerated Image Reconstruction Using Ordered Subsets of Projection Data. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 13(4):601–609, 1994.
- [Hunt77] B.R. Hunt. Bayesian Methods in Nonlinear Digital Image Restoration. *IEEE Trans. Computers*, 26(3):219–229, 1977.
- [Jaco96] F. Jacobs. Reconstructietechnieken voor positron-emissietomografie. Afstudeerwerk ingediend tot het behalen van de graad van gediplomeerde in de gespecialiseerde studie van de biomedische en klinische ingenieurstechnieken, Vakgroep ELIS, Universiteit Gent, 1996.
- [Jaco97] F. Jacobs. Statistische reconstructiemethoden voor 3D Positron Emissie Tomografie. IWT, tussentijds rapport voor de tweede termijn, 1997.
- [Jaco98] F. Jacobs, E. Sundermann, M. Christiaens, B. Desutter en I. Lemahieu. A Fast Algorithm to Calculate the Exact Radiological Path Through a Pixel or Voxel Space. *Computing and Information Technology* (aanvaard voor publicatie), 1998.
- [Jarr96] P.H. Jarritt en P.D. Acton. PET Imaging Using Gamma Camera Systems: a Review. *Nuclear Medicine Communications*, 17(9):758–766, 1996.
- [Jayn68] E.T. Jaynes. Prior Probabilities. *IEEE Trans. Systems Science and Cybernetics*, 4(3):227–241, 1968.
- [Jeff86] W. Jeffrey en R. Rosner. Optimization Algorithms: Simulated Annealing and Neural Network Processing. *Astrophysical Journal*, 310:473–481, 1986.
- [Jeng90] F.C. Jeng en J.W. Woods. Simulated Annealing in Compound Gaussian Random Fields. *IEEE Trans. Information Theory*, 36(1):94–107, 1990.

- [Jenn88] C. Jennison en M. Jubb. Statistical Image Restoration and Refinement. In C.N. de Graaf and M.A. Viergever (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, blzn. 255–262. Plenum Press, New York, 1988.
- [John91] V.E. Johnson, W.H. Wong, X. Hu en C.T. Chen. Image Restoration Using Gibbs Priors: Boundary Modeling, Treatment of Blurring, and Selection of Hyperparameter. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(5):413–425, 1991.
- [John93] V.E. Johnson. A Framework for Incorporating Structural Prior Information into the Estimation of Medical Images. In H.H Barrett en A.F. Gmitro (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, volume 687 van *Lecture Notes on Computer Science*, blzn. 307–321. Springer-Verlag, 1993.
- [Jone96a] T. Jones. The Imaging Science of Positron Emission Tomography. *European Journal of Nuclear Medicine*, 23(7):807–813, 1996.
- [Jone96b] T. Jones. The Role of Positron Emission Tomography Within the Spectrum of Medical Imaging. *European Journal of Nuclear Medicine*, 23(3):207–211, 1996.
- [Jose82] P.M. Joseph. An Improved Algorithm for Reprojecting Rays Through Pixel Images. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 1(3):192–196, 1982.
- [Kak88] A.C. Kak en M. Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press, New York, 1988.
- [Kauf87] L. Kaufman. Implementing and Accelerating the EM Algorithm for Positron Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 6(1):37–51, 1987.
- [Kauf93] L. Kaufman. Maximum Likelihood, Least Squares, and Penalized Least Squares for PET. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 12(2):200–214, 1993.
- [Kear90] K.J. Kearfott en S.E. Hill. Simulated Annealing Image Reconstruction Method for a Pinhole Aperture Single Photon Emission Computed Tomograph (SPECT). *IEEE Trans. Medical Imaging*, 9(2):128–143, 1990.
- [Khac86] A. Khachatryan. Statistical Mechanics Approach in Minimizing a Multivariable Function. *Journal of Mathematical Physics*, 27(7):1834–1838, 1986.
- [Kirk83] S. Kirkpatrick, C.D. Gelatt en M.P. Vecchi. Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220:671–680, 1983.
- [Kjær91] U. Kjærulff. Optimal Decomposition of Probabilistic Networks by Simulated Annealing. *Statistics and Computing*, 2:7–17, 1991.
- [Kola94] E.D. Kolaczyk. Wavelet Shrinkage in Tomography. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 664, 1994.
- [Kont94] G. Kontaxakis en G. Tzanakos. Study of the Convergence Properties of the Updating Coefficients in the EM Algorithm for PET. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 598, 1994.

- [Kont96] G. Kontaxakis en G. Tzanakos. Practical Application of a New Stopping Criterion for the EM-MLE Image Reconstruction for PET. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 1023, Amsterdam, The Netherlands, 1996.
- [Krav87] S.A. Kravitz en R.A. Rutenbar. Placement by Simulated Annealing on a Multiprocessor. *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, 6(4):534–549, 1987.
- [Laks89] S. Lakshmanan en H. Derin. Simultaneous Parameter Estimation and Segmentation of Gibbs Random Fields Using Simulated Annealing. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(8):799–813, 1989.
- [Lalu92] D.S. Lalush en B.M.W. Tsui. Simulation Evaluation of Gibbs Prior Distributions for Use in Maximum A Posteriori SPECT Reconstructions. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 11(2):267–275, 1992.
- [Lang87] K. Lange, M. Bahn en R. Little. A Theoretical Study of Some Maximum Likelihood Algorithms for Emission and Transmission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 6(2):106–114, 1987.
- [Lang90] K. Lange. Convergence of EM Image Reconstruction Algorithms with Gibbs Priors. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 9(4):439–446, 1990.
- [Lang95] K. Lange en J.A. Fessler. Globally Convergent Algorithms for Maximum a Posteriori Transmission Tomography. *IEEE Trans. Image Processing*, 4(10):1430–1438, 1995.
- [Laur96] P.S. Laursen. Parallel Heuristic Search - Introductions and a New Approach. In A. Ferreira en P.M. Pardalos (editors), *Solving Combinatorial Optimization Problems in Parallel: Methods and Techniques*, blzn. 248–274. Springer-Verlag, 1996.
- [Leah91] R. Leahy en X. Yan. Incorporation of Anatomical MR Data for Improved Functional Imaging with PET. In A.C.F. Colchester en D.J. Hawkes (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, blzn. 105–120. Wiley-Liss Inc., 1991.
- [Lee95] F.H. Lee. *Parallel Simulated Annealing on a Message-Passing Multi-Computer*. PhD thesis, Utah State University, 1995.
- [Levi87] E. Levitan en G.T. Herman. A Maximum A Posteriori Probability Expectation Maximization Algorithm for Image Reconstruction in Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 6(3):185–192, 1987.
- [Lewi92] R.M. Lewitt. Alternatives to Voxels for Image Representation in Iterative Reconstruction Algorithms. *Physics in Medicine and Biology*, 37(3):705–716, 1992.
- [Li94] S.Z. Li. Markov Random Field Models in Computer Vision. In *Proc. European Conference on Computer Vision*, blzn. 361–370, Stockholm, Sweden, 1994.

- [Li95a] S.Z. Li. Discontinuous MRF Prior and Robust Statistics: A Comparative Study. *Image and Vision Computing*, 13(4):227–233, 1995.
- [Li95b] S.Z. Li. On Discontinuity-Adaptive Smoothness Priors in Computer Vision. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 17(6):576–586, 1995.
- [Li95c] S.Z. Li, Y.H. Huang en J.S. Fu. Convex MRF Potential Functions. In *Proc. IEEE International Conference on Image Processing*, blzn. 266–269, Washington D.C., 1995.
- [Li97] S.Z. Li. MAP Image Restoration and Segmentation By Constrained Optimization. *IEEE Trans. Image Processing* (aanvaard voor publicatie), 1997.
- [Lian89] Z. Liang, R. Jaszczak en K. Greer. On Bayesian Image Reconstruction from Projections: Uniform and Nonuniform A Priori Source Information. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 8(3):227–235, 1989.
- [Lian91] Z. Liang, R. Jaszczak en R. Coleman. Simultaneous Reconstruction, Segmentation, and Edge Enhancement of Relatively Piecewise Continuous Images with Intensity-level Information. *Medical Physics*, 18(3):394–401, 1991.
- [Lipi96] B. Lipinski, H. Herzog, E. Rota Kops, W. Oberschelp en H.W. Müller-Gärtner. MR-Guided PET Reconstruction and Problems with Anatomical Misinformation. In R. Myers, V. Cunningham, D. Bailey en T. Jones (editors), *Quantification of Brain Function Using PET*, hoofdstuk 24, blzn. 118–122. Academic Press, 1996.
- [Lipi97] B. Lipinski, H. Herzog, E. Rota Kops, W. Oberschelp en H.W. Müller-Gärtner. Expectation Maximization Reconstruction of Positron Emission Tomography Images Using Anatomical Magnetic Resonance Information. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 16(2):129–136, 1997.
- [Llac88] J. Llacer en E. Veklerov. The Maximum Likelihood Estimator Method of Image Reconstruction: its Fundamental Characteristics and Their Origin. In C.N. de Graaf en M.A. Viergever (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, blzn. 201–215. Plenum Press, New York, 1988.
- [Llac89] J. Llacer en E. Veklerov. Feasible Images and Practical Stopping Rules for Iterative Algorithms in Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 8(2):186–193, 1989.
- [Lore90] T.J. Loredo. From Laplace to Supernova SN 1987A : Bayesian Inference in Astrophysics. In O.F. Fougère (editor), *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, blzn. 81–142. Kluwer, 1990.
- [Lutt86] J.L. Lutton en E. Bonomi. Simulated Annealing Algorithm for the Minimum Weighted Perfect Euclidian Matching Problem. *R.A.I.R.O. Recherche Operationnelle/Operations Research*, 20(3):177–197, 1986.

- [Mage90] K.A. Magee. Parallel Implementations of Image Reconstruction Algorithms for Emission Tomography. Master's thesis, University of Arizona, 1990.
- [Mahf93] S.W. Mahfoud. Parallel Recombinative Simulated Annealing: A Genetic Algorithm. Technical Report No. 93006, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1993.
- [Malf94] M. Malfait en D. Roose. Biomedical Image Denoising with Wavelets and Bayesian Geometrical Constraints. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 644, 1994.
- [Malf95] M. Malfait. *Stochastic Sampling and Wavelets for Bayesian Image Analysis*. Doctoraatsproefschrift, Departement Computerwetenschappen, Katholieke Universiteit Leuven, 1995.
- [Mall89] S.G. Mallat. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: The Wavelet Representation. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11(7):674–693, 1989.
- [Manb90] K.M. Manbeck. *Bayesian Statistical Methods Applied to Emission Tomography with Physical Phantom and Patient Data*. PhD thesis, Brown University, 1990.
- [Mate94] S. Matej, G.T. Herman, T.K. Narayan, S.S. Furuie, R.M. Lewitt en P. Kinahan. Evaluation of Task-Oriented Performance of Several Fully 3-D PET Reconstruction Algorithms. *Physics in Medicine and Biology*, 39:355–367, 1994.
- [Mate96a] S. Matej, S.S. Furie en G.T. Herman. Relevance of Statistically Significant Differences Between Reconstruction Algorithms. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 5(3):554–556, 1996.
- [Mate96b] S. Matej en R.M. Lewitt. Practical Considerations for 3-D Image Reconstruction Using Spherically Symmetric Volume Elements. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 15(1):68–78, 1996.
- [Mats89] I. Matsuba. Optimal Simulated-Annealing Method Based on Stochastic-Dynamic Programming. *Physical Review A: General Physics*, 39(5):2635–2642, 1989.
- [Metr53] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller en E. Teller. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *Journal of Chemical Physics*, 21(6):1087–1092, 1953.
- [Mich89] C. Michel, A. Bol, A.G. De Volder en A.M. Goffinet. Online Brain Attenuation Correction in PET: Towards a Fully Automated Data Handling in a Clinical Environment. *European Journal of Nuclear Medicine*, 15:712–718, 1989.

- [Mill86] M.I. Miller, D.L. Snyder en S.M. Moore. An Evaluation of the Use of Sieves for Producing Estimates of Radioactivity Distributions with the EM Algorithm for PET. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 33(1):492–495, 1986.
- [Mitr86] D. Mitra, F. Romeo en A. Sangiovanni-Vincentelli. Convergence and Finite-Time Behavior of Simulated Annealing. *Advances in Applied Probability*, 18:747–771, 1986.
- [Mosc90] P. Moscato en J.F. Fontanari. Stochastic Versus Deterministic Update in Simulated Annealing. *Physics Letters A*, 146(4):204–208, 1990.
- [Mumc94] E.Ü. Mumcuoğlu, R. Leahy, S.R. Cherry en Z. Zhou. Fast Gradient-Based Methods for Bayesian Reconstruction of Transmission and Emission PET Images. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 13(4):687–701, 1994.
- [Mumc96] E.Ü. Mumcuoğlu, R. Leahy en S.R. Cherry. Bayesian Reconstruction of PET Images: Methodology and Performance Analysis. *Physics in Medicine and Biology*, 41:1777–1807, 1996.
- [Myer96] R. Myers, V. Cunningham, D. Bailey en T. Jones. *Quantification of Brain Function Using PET*. Academic Press, San Diego, 1996.
- [Nuyt91] J. Nuyts. *Quantification of SPECT Images: Simulation, Scatter Correction, Reconstruction and Automated Analysis*. Doctoraatsproefschrift, Departement Elektrotechniek, Katholieke Universiteit Leuven, 1991.
- [Nuyt93] J. Nuyts, P. Suetens en L. Mortelmans. Acceleration of Maximum Likelihood Reconstruction, Using Frequency Amplification and Attenuation Correction. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 12(4):643–652, 1993.
- [Olli94] J.M. Ollinger. Maximum-Likelihood Reconstruction of Transmission Images in Emission Computed Tomography via the EM Algorithm. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 13(1):89–101, 1994.
- [Otte89] R.H.J.M. Otten en L.P.P.P. van Ginneken. *The Annealing Algorithm*. Kluwer, Boston, 1989.
- [Ouya94] X. Ouyang, W.H. Wong, V.E. Johnson, X. Hu en C.T. Chen. Incorporation of Correlated Structural Images in PET Image Reconstruction. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 13(4):627–640, 1994.
- [Pan91] T.S. Pan en A.E. Yagle. Numerical Study of Multigrid Implementations of Some Iterative Image Reconstruction Algorithms. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 10(4):572–588, 1991.
- [Pard96] P.M. Pardalos, G. Xue en P.D. Panagiotopoulos. Parallel Algorithms for Global Optimization Problems. In A. Ferreira and P.M. Pardalos (editors), *Solving Combinatorial Optimization Problems in Parallel: Methods and Techniques*, blzn. 238–247. Springer-Verlag, 1996.

- [Patl83] C. S. Patlak en R.G. Blasberg. Graphical Evaluation of Blood-to-brain Transfer Constants from Multiple-time Uptake Data. *Journal of Cerebral Blood Flow*, 3:1–7, 1983.
- [Paxm85] R.G. Paxman, H.H. Barrett, W.E. Smith en T.D. Milster. Image Reconstruction from Coded Data: II. Code Design. *Journal of the Optical Society of America A*, 2(4):501–509, 1985.
- [Pete81] T.M. Peters. Algorithms for Fast Back- and Re-Projection in Computed Tomography. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 28(4):3641–3647, 1981.
- [Phil96] J.W. Phillips, R.M. Leahy en J.C. Mosher. Dynamic Bayesian Imaging Using the Magnetoencephalogram. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 425, Amsterdam, The Netherlands, 1996.
- [Pirl92] M. Pirlot. General Local Search Heuristics in Combinatorial Optimization: a Tutorial. *Belgian Journal of Operations Research, Statistics and Computer Science*, 32(1-2):7–67, 1992.
- [Poli88] D.G. Politte en D.L. Snyder. The Use of Constraints to Eliminate Artifacts in Maximum-Likelihood Image Estimation for Emission Tomography. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 35(1):608–610, 1988.
- [Port98] M.A. Porter, M. Willis en G. Montague. Symbolic Annealing for Data-based Modelling. Technical report, Dept. of Chemical and Process Engineering, University of Newcastle upon Tyne, United Kingdom, 1998.
- [Pres92] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling en B.P. Flannery. *Numerical Recipes in C (Second Edition)*. Cambridge University Press, 1992.
- [Quin87] M.J. Quinn. *Designing Efficient Algorithms for Parallel Computers*. McGraw Hill, New York, 1987.
- [Raja94] K. Rajan, L.M. Patnaik en J. Ramakrishna. High-Speed Computation of the EM Algorithm for PET Image Reconstruction. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 41(5):1721–1728, 1994.
- [Rang88] M.V. Ranganath, A.P. Dhawan en N. Mullani. A Multigrid Expectation Maximization Reconstruction Algorithm for Positron Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 7(4):273–278, 1988.
- [Rang92] A. Rangarajan, M. Lee, I.G. Zubal en G. Gindi. A Continuation Method for Emission Tomography. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 2, blzn. 1204–1206, Orlando, 1992.
- [Rao65] C.R. Rao. *Linear Statistical Inference and Its Applications*. Wiley, New York, 1965.
- [Riou91] O. Rioul en M. Vetterli. Wavelets and Signal Processing. *IEEE Signal Processing Magazine*, blzn. 14–38, 1991.

- [Robi98] M.C. Robini, T. Rastello en I.E. Magnin. Space-Variant Image Restoration Using Simulated Annealing and Acceleration Techniques. *IEEE Trans. Image Processing* (ingediend), 1998.
- [Rock77] A.J. Rockmore en A. Macovski. A Maximum Likelihood Approach to Transmission Image Reconstruction from Projections. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 24(3):1929–1935, 1977.
- [Rome85] F. Romeo en A.L. Sangiovanni-Vincentelli. Probabilistic Hill Climbing Algorithms: Properties and Applications. In *Proc. 1985 Chapel Hill Conference on VLSI*, blzn. 393–417, Chapel Hill, 1985.
- [Rose90] J. Rose, W. Klebsch en J. Wolf. Temperature Measurement and Equilibrium Dynamics of Simulated Annealing Placements. *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, 9(3):253–259, 1990.
- [Rous87] P. Rousseeuw en A. Leroy. *Robust Regression and Outlier Detection*. Wiley, New York, 1987.
- [Rous90] P. Roussel-Ragot en G. Dreyfus. A Problem Independent Parallel Implementation of Simulated Annealing: Models and Experiments. *IEEE Trans. Computer-Aided Design*, 9(8):827–835, 1990.
- [Rowe92] R.W. Rowe en S. Dai. A Pseudo-Poisson Noise Model for Simulation of Positron Emission Tomographic Projection Data. *Medical Physics*, 19(4):1113–1119, 1992.
- [Sahi93] B. Sahiner en A.E. Yagle. Image Reconstruction from Projections under Wavelet Constraints. *IEEE Trans. Signal Processing*, 41(12):3579–3584, 1993.
- [Sahi96a] B. Sahiner en A. Yagle. Iterative Inversion of the Radon Transform Using Image-Adaptive Wavelet Constraints. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 655, Amsterdam, The Netherlands, 1996.
- [Sahi96b] B. Sahiner en A.E. Yagle. Iterative Inversion of the Radon Transform. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 15(5):112–117, 1996.
- [Saue91] K. Sauer en C. Bouman. Bayesian Estimation of Transmission Tomograms Using Local Optimization Operations. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 3, blzn. 2089–2093, Santa Fe, 1991.
- [Saue92] K. Sauer en C. Bouman. Bayesian Estimation of Transmission Tomograms Using Segmentation Based Optimization. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 39(4):1144–1152, 1992.
- [Saue93] K. Sauer en C. Bouman. A Local Update Strategy for Iterative Reconstruction from Projections. *IEEE Trans. Signal Processing*, 41(2):534–548, 1993.
- [Seac93] R.H. Seacat. *Parallelization of the Simulated Annealing Algorithm*. PhD thesis, University of Arizona, 1993.

- [Seki92] K. Sekihara, H. Haneishi en N. Ohyama. Details of Simulated Annealing Algorithm to Estimate Parameters of Multiple Current Dipoles Using Biomagnetic Data. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 11(2):293–299, 1992.
- [Shep82] L.A. Shepp en Y. Vardi. Maximum Likelihood Reconstruction for Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 1(2):113–122, 1982.
- [Shep84] L.A. Shepp, Y. Vardi, J.B. Ra, S.K. Hilal en Z.H. Cho. Maximum Likelihood PET with Real Data. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 31(2):910–912, 1984.
- [Sieg92] S. Siegel en M. Dahlbom. Implementation and Evaluation of a Calculated Attenuation Correction for PET. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 39(4):1117–1121, 1992.
- [Smit83] W.E. Smith, H.H. Barrett en R.G. Paxman. Reconstruction of Objects from Coded Images by Simulated Annealing. *Optics Letters*, 8(4):199–201, 1983.
- [Smit85a] W.E. Smith, R.G. Paxman en H.H. Barrett. Application of Simulated Annealing to Coded-Aperture Design and Tomographic Reconstruction. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 32(1):758–761, 1985.
- [Smit85b] W.E. Smith, R.G. Paxman en H.H. Barrett. Image Reconstruction from Coded Data: I. Reconstruction Algorithms and Experimental Results. *Journal of the Optical Society of America A*, 2(4):491–500, 1985.
- [Snyd85] D.L. Snyder en M.I. Miller. The Use of Sieves to Stabilize Images Produced with the EM Algorithm for Emission Tomography. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 32(5):3864–3872, 1985.
- [Snyd87] D.L. Snyder, M.I. Miller, L.J. Thomas en D.G. Politte. Noise and Edge Artifacts in Maximum Likelihood Reconstructions for Emission Tomography. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 6(3):228–238, 1987.
- [Sohn94] A. Sohn. Parallel Speculative Computing of Simulated Annealing. In *Proc. International Conference on Parallel Processing*, blzn. III 8–11, St. Charles, 1994.
- [Sohn95] A. Sohn. Solving Hard Satisfiability Problems with Synchronous Simulated Annealing on the AP1000 Multiprocessor. In *Proc. 7th IEEE Symposium on Parallel and Distributed Processing*, San Antonio, 1995.
- [Stam88] J.A. Stamos, W.L. Rogers, N.H. Clinthorne en K.F. Koral. Object-Dependent Performance Comparison of Two Iterative Reconstruction Algorithms. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 35(1):611–614, 1988.
- [Stöc93] G. Stöcklin en V.W. Pike. *Radiopharmaceuticals for Positron Emission Tomography: Methodological Aspects*, volume 24 van *Developments in Nuclear Medicine*. Kluwer, Dordrecht, 1993.

- [Sund94a] E. Sundermann en I. Lemahieu. On the Use of Simulated Annealing for the Reconstruction of Positron Emission Tomography Images. In *Abstracts of the World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering*, blz. 601, Rio de Janeiro, Brazil, 1994.
- [Sund94b] E. Sundermann, I. Lemahieu en P. Desmedt. PET Image Reconstruction Using Simulated Annealing. In *Proc. ProRISC Workshop on Circuits, Systems and Signal Processing*, blzn. 239–245, Arnhem, The Netherlands, 1994.
- [Sund94c] E. Sundermann, I. Lemahieu en P. Desmedt. Simulated Annealing Image Reconstruction for Positron Emission Tomography. In *Proc. International Conference on Medical Physics and Biomedical Engineering (MPBE '94)*, blzn. 175–179, Nicosia, Cyprus, 1994.
- [Sund95] E. Sundermann en I. Lemahieu. PET Image Reconstruction Using Simulated Annealing. In *Proc. SPIE Medical Imaging 1995 Conference*, blzn. 378–386, San Diego, 1995.
- [Sund96] E. Sundermann. Reconstruction of PET Images Using Simulated Annealing. In *Proc. ECAT Technical Users Meeting*, blzn. A–21, Stockholm, Sweden, April 1996.
- [Swen87] R.H. Swendsen en J.S. Wang. Nonuniversal Critical Dynamics in Monte Carlo Simulations. *Physical Review Letters*, 58(2):86–88, 1987.
- [Szu87a] H. Szu en R. Hartley. Fast Simulated Annealing. *Physics Letters A*, 122(3,4):157–162, 1987.
- [Szu87b] H. Szu en R.L. Hartley. Nonconvex Optimization by Fast Simulated Annealing. *Proceedings of the IEEE*, 75(11):1538–1540, 1987.
- [Tan91] H.L. Tan, S.B. Gelfand en E.J. Delp. A Cost Minimization Approach to Edge Detection Using Simulated Annealing. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(1):3–18, 1991.
- [Tana92] E. Tanaka. Improved Iterative Image Reconstruction with Automatic Noise Artifact Suppression. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 11(1):21–27, 1992.
- [Tem91] N.M. Temme. Wavelets: First Steps. Notes prepared for the course on Wavelets, held from 25–28 November 1991 at CWI, 1991.
- [TerP80] M.M. Ter-Pogossian, M.E. Raichle en B.E. Sobel. Positron Emission Tomography. *Scientific American*, 243(4):140–155, 1980.
- [Tomi87] T. Tomitani. An Edge Detection Algorithm for Attenuation Correction in Emission CT. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 34(1):309–312, 1987.
- [Town93] D.W. Townsend en M. Defrise. Image Reconstruction Methods in Positron Tomography. Lectures given in the Academic Training Programme of CERN 1992–1993, Geneva, Switzerland, 1993.

- [Tsui91] B.M.W. Tsui, X. Zhao, E.C. Frey en G.T. Gullberg. Comparison Between ML-EM and WLS-CG Algorithms for SPECT Image Reconstruction. *IEEE Trans. Nuclear Science*, 38(6):1766–1772, 1991.
- [Tzan93] G. Tzanakos en G. Kontaxakis. A Stopping Criterion for the EM Algorithm for Image Reconstruction in Positron Emission Tomography. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 620, 1993.
- [Unse96] M. Unser en A. Aldroubi. A Review of Wavelets in Biomedical Applications. *Proceedings of the IEEE*, 84(4):626–638, 1996.
- [Ustu91] D. Ustundag, N.M. Queen, G.K. Skinner en J.E. Bowcock. Two New Methods for Retrieving an Image from Noisy, Incomplete Data and Comparison with the Cambridge MAXENT Package. In W.T. Grandy en L.H. Schick (editors), *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, blzn. 295–301. Kluwer, 1991.
- [Vand91] D. Vandermeulen. *Methods for Registration, Interpolation and Interpretation of Three-Dimensional Medical Image Data for Use in 3-D Display, 3-D Modelling and Therapy Planning*. Doctoraatsproefschrift, Departement Elektrotechniek, Katholieke Universiteit Leuven, 1991.
- [Vand93] D. Vandermeulen, R. Verbeek, L. Berben, P. Suetens en G. Marchal. Continuous Voxel Classification by Stochastic Relaxation: Theory and Application to MR Imaging and MR Angiography. In H.H Barrett en A.F. Gmitro (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, volume 687 van *Lecture Notes on Computer Science*, blzn. 487–506. Springer-Verlag, 1993.
- [Vara93] J.M. Varanelli en J.P. Cohoon. A Fast Method for Generalized Starting Temperature Determination in Two-Stage Simulated Annealing Systems. Technical report, Dept. of Computer Science, University of Virginia, 1993.
- [VdHa95] Y. Vander Haeghen, I. Lemahieu en F. Colardyn. Quantification of Myocardial Infarction on PET Images. In *Proceedings of the ProRISC/IEEE Benelux Workshop on Circuits, Systems and Signal Processing*, blzn. 335–342, Mierlo, The Netherlands, 1995.
- [VDij92] M.C.A. Van Dijke. *Iterative Methods in Image Reconstruction*. PhD thesis, Rijksuniversiteit Utrecht, The Netherlands, 1992.
- [Vek187] E. Veklerov en J. Llacer. Stopping Rule for the MLE Algorithm Based on Statistical Hypothesis Testing. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 6(4):313–319, 1987.
- [VLaa87] P.J.M. Van Laarhoven en E.H.L. Aarts. *Simulated Annealing: Theory and Applications*. Kluwer, Dordrecht, 1987.

- [VMar93] H. Van Marck. Simulated Annealing voor plaatsing en routing in chip-ontwerp. In *Proc. KVIV studiedag Globale Optimalisatie en Neurale Netwerken*, Antwerpen, 1993.
- [VOos97] S. Van Oostende. *NMR Functional Imaging of the Human Brain*. Doctoraatsproefschrift, Departement Morfologie en Medische Beeldvorming, Katholieke Universiteit Leuven, 1997.
- [VTre68] H.L. Van Trees. *Detection, Estimation and Modulation Theory (Part I)*. Wiley, New York, 1968.
- [Wang90] J.S. Wang en R.H. Swendsen. Cluster Monte Carlo Algorithms. *Physica A*, 167(13):565-579, 1990.
- [Wang95] C.X. Wang en W.E. Snyder. MAP Transmission Image Reconstruction via Mean Field Annealing for Segmented Attenuation Correction of PET Imaging. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 24, 1995.
- [Wang96] C.X. Wang, W.E. Snyder, G. Bilbro en P. Santago II. A MAP Based New Interpolation Method for Medical Images. In *Proc. IEEE Engineering in Medicine and Biology Conference*, CD-ROM, paper no. 220, Amsterdam, The Netherlands, 1996.
- [Wang97] W. Wang en G. Gindi. Noise Analysis of MAP-EM Algorithms for Emission Tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 42(11):2215-2232, 1997.
- [Webb88] S. Webb. *The Physics of Medical Imaging*. Medical Science Series. Adam Hilger, Bristol, 1988.
- [Webb89] S. Webb. SPECT Reconstruction by Simulated Annealing. *Physics in Medicine and Biology*, 34(3):259-281, 1989.
- [Wils92] D.W. Wilson en B.M.W. Tsui. Noise Properties of Filtered-Backprojection and ML-EM Reconstructed Emission Tomographic Images. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 2, blzn. 1114-1116, Orlando, 1992.
- [Wils94] D.W. Wilson, B.M.W. Tsui en H.H. Barrett. Noise Properties of the EM Algorithm: II. Monte Carlo Simulations. *Physics in Medicine and Biology*, 39(3):847-871, 1994.
- [Wink95] G. Winkler. *Image Analysis, Random Fields and Dynamic Monte Carlo Methods*, volume 27 van *Applications of Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [Witt91] E.E. Witte, R.D. Chamberlain en M.A. Franklin. Parallel Simulated Annealing Using Speculative Computation. *IEEE Trans. Parallel and Distributed Systems*, 2(4):483-494, 1991.

- [Wu93] Z. Wu. MAP Image Reconstruction Using Wavelet Decomposition. In H.H Barrett en A.F. Gmitro (editors), *Information Processing in Medical Imaging*, volume 687 van *Lecture Notes on Computer Science*, blzn. 354–371. Springer-Verlag, 1993.
- [Wysz82] G. Wyszecki en W.S. Stiles. *Color Science: Concepts and Methods, Quantitative Data and Formulae (2nd Edition)*. Wiley, New York, 1982.
- [Yan92] X.H. Yan, R. Leahy, Z. Wu en S. Cherry. MAP Estimation of PET Images Using Prior Anatomical Information from MR Scans. In *Proc. IEEE Medical Imaging Conference*, volume 2, blzn. 1201–1203, Orlando, 1992.