



1

---

---

---

---

---

---

---

---

**Leerdoelen**

- Translatie en rotatie van een voorwerp beschrijven;
- Gelijktijdige translatie en rotatie van voorwerpen beschrijven op basis van relatieve kinematica;
- Werken met ogenblikkelijke pool;

FACULTEIT INGENIEURWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      2

2

---

---

---

---

---

---

---

---

**Beweging in het vlak**  
Overzicht - theorie

FACULTEIT INGENIEURWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      3

3

---

---

---

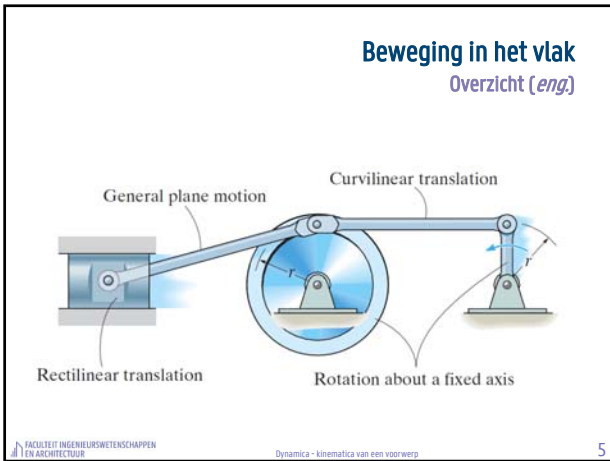
---

---

---

---

---



5

---

---

---

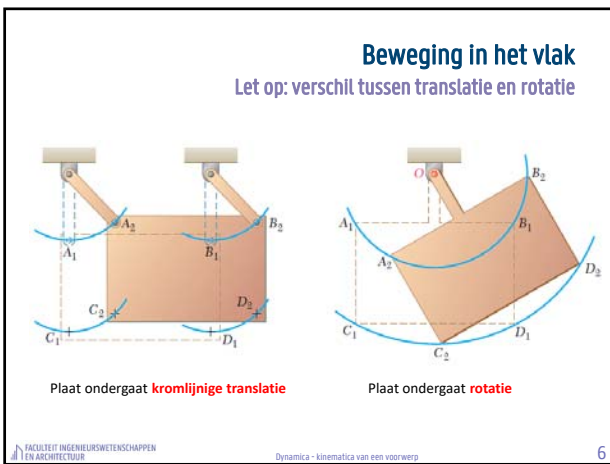
---

---

---

---

---



6

---

---

---

---

---

---

---

---



7

---

---

---

---


---

---


---

---

**Ter info: Beweging in 3 dimensies**  
Rotatie rond een vast punt



Tol



Gyroscoop

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR Dynamica - kinematica van een voorwerp

8

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Zuivere translatie**  
Algemeen

- Alle punten op het lichaam bewegen op dezelfde manier
- Elk punt zelfde snelheid en zelfde versnelling



Translatie op een kromme

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR Dynamica - kinematica van een voorwerp

9

---

---

---

---

---

---

---

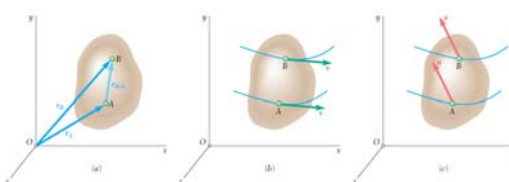
---

---

---

**Zuivere translatie**  
Algemeen

- Alle punten op het lichaam bewegen op dezelfde manier
- Overall zelfde snelheid en zelfde versnelling



FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR Dynamica - kinematica van een voorwerp

10

---

---

---

---

---

---

---

---


---

---

### Zuivere rotatie om een vaste as

Hoeksnelheid en hoekversnelling

- Hoekstand  $\theta$
- Hoeksnelheid  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$
- Hoekversnelling  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
- Enkel indien  $\alpha$  constant is, geldt:
  - $\omega = \omega_0 + \alpha_c t$
  - $\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha_c t^2$
  - $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_c(\theta - \theta_0)$



FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR Dynamica - kinematica van een voorwerp

11

---

---

---

---

---

---

---

---

---

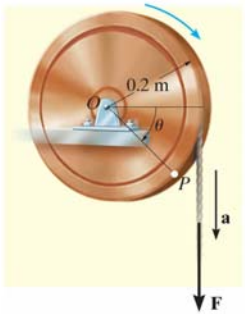
---

### Voorbeeldoefening

De schijf wordt aan het draaien gebracht zo dat  $a = 4t \text{ m/s}^2$ .

**Bepaal de hoekstand  $\vartheta(t)$ .**

**Antwoord:  $\vartheta(t) = 3,33 t^3 \text{ rad}$**



Engineering Mechanics: Dynamics, 12th edition  
Russell C Hibbeler, p. 320

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR Dynamica - kinematica van een voorwerp

12

---

---

---

---

---

---

---

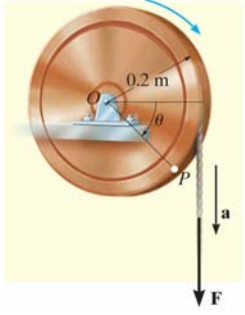
---

---

---

### Voorbeeldoefening

- 1  $(a_p)_t = ar$   
 $(4t) \text{ m/s}^2 = \alpha(0.2 \text{ m})$   
 $\alpha = (20t) \text{ rad/s}^2$
- 2  $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = (20t) \text{ rad/s}^2$   
 $\int_0^{\omega} d\omega = \int_0^t 20t \text{ dt}$   
 $\omega = 10t^2 \text{ rad/s}$
- 3  $\frac{d\theta}{dt} = \omega = (10t^2) \text{ rad/s}$   
 $\int_0^{\theta} d\theta = \int_0^t 10t^2 \text{ dt}$   
 $\theta = 3,33t^3 \text{ rad}$



Engineering Mechanics: Dynamics, 12th edition  
Russell C Hibbeler, p. 320

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR Dynamica - kinematica van een voorwerp

13

---

---

---

---

---

---

---

---

---

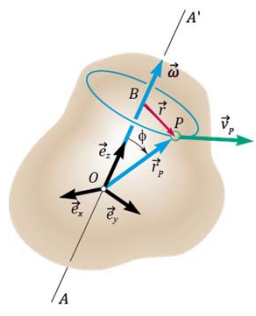

---

### Zuivere rotatie om een vaste as

Snelheid met vectornotatie – voorstelling in 3D

- Snelheid  

$$\vec{v}_P = \vec{\omega} \times \vec{r}_P = \vec{\omega} \times \vec{r}$$
- Rotatie-as loodrecht op vlak

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      14

14

---

---

---

---

---

---

---

---

---

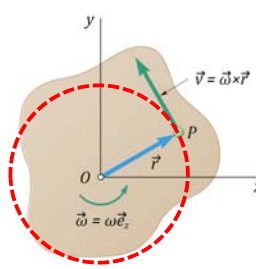

---

### Zuivere rotatie om een vaste as

Snelheid met vectornotatie – voorstelling in 2D

- Snelheid  

$$\vec{v}_P = \vec{\omega} \times \vec{r}_P = \vec{\omega} \times \vec{r}$$
- Rotatie-as loodrecht op vlak

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      15

15

---

---

---

---

---

---

---

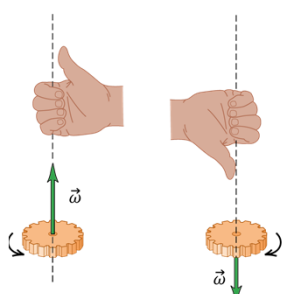
---

---

---

### Hoeksnelheid $\vec{\omega}$

in vectorvorm



FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      16

16

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Hoeksnelheid $\vec{\omega}$ in vectorvorm

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      17

17

---

---

---

---

---

---

---

---

### Zuivere rotatie om een vaste as

Versnelling met vectornotatie – voorstelling in 3D

- Versnelling:  $\vec{a}_p = \vec{a} \times \vec{r}_p + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_p)$
- Rotatie-as loodrecht op vlak

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      18

18

---

---

---

---

---

---

---

---

### Hoekversnelling in vectorvorm

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN EN ARCHITECTUUR      Dynamica - kinematica van een voorwerp      19

19

---

---

---

---

---

---

---

---

### Zuivere rotatie om een vaste as

Versnelling met vectornotatie in 2D

- Versnelling:  $\vec{a}_P = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$   
 $= \vec{\alpha} \times \vec{r} - \omega^2 \vec{r}$   
 $= \vec{a}_t + \vec{a}_n$
- Leg link met H7 !

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN  
EN ARCHITECTUUR

Dynamica - kinematica van een voorwerp

20

---

---

---

---

---

---

---

---

### Zuivere rotatie om een vaste as

Theoretisch voorbeeld

$$\vec{v}_P = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$= 5\vec{e}_z \times (2 \cos 30^\circ \vec{e}_x + 2 \sin 30^\circ \vec{e}_y)$$

$$= -5\vec{e}_x + 8,66 \vec{e}_y$$

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN  
EN ARCHITECTUUR

Dynamica - kinematica van een voorwerp

21

---

---

---

---

---

---

---

---

### Zuivere rotatie om een vaste as

Theoretisch voorbeeld

$$\vec{a}_P = \vec{\alpha} \times \vec{r} - \omega^2 \vec{r}$$

$$= -1\vec{e}_z \times (2 \cos 30^\circ \vec{e}_x + 2 \sin 30^\circ \vec{e}_y) - 5^2(2 \cos 30^\circ \vec{e}_x + 2 \sin 30^\circ \vec{e}_y)$$

$$= 1\vec{e}_x - 1,73 \vec{e}_y - 43,3\vec{e}_x - 25 \vec{e}_y = -42,3\vec{e}_x - 26,73 \vec{e}_y$$

FACULTEIT INGENIEURSWETENSCHAPPEN  
EN ARCHITECTUUR

Dynamica - kinematica van een voorwerp

22

---

---

---

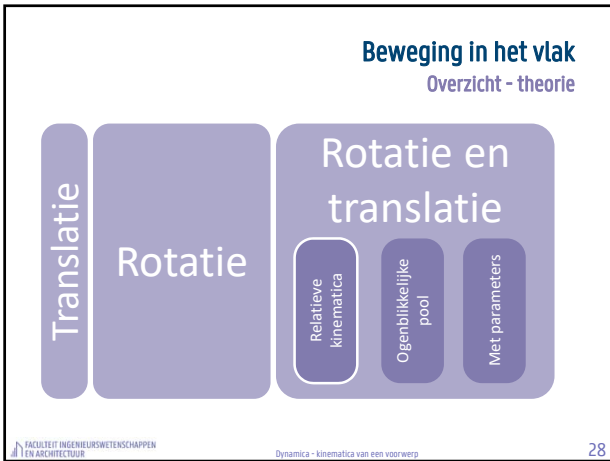
---

---

---

---

---



28

---

---

---

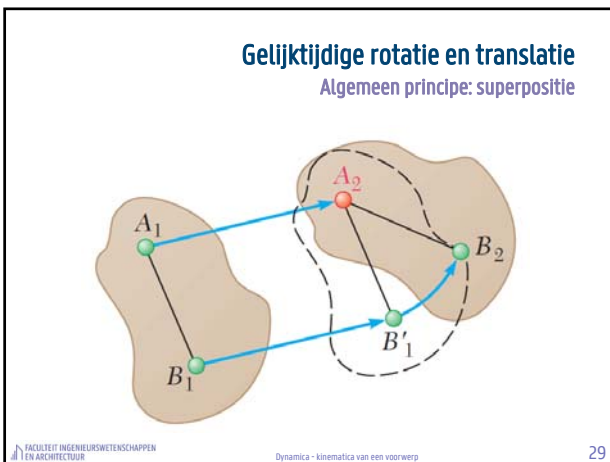
---

---

---

---

---



29

---

---

---

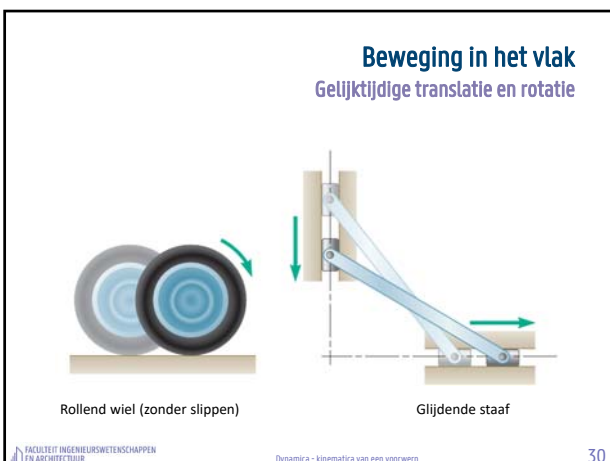
---

---

---

---

---



30

---

---

---

---

---

---

---

---