UNIVERSITEIT
GENT

DYNAMICA
HOOFDSTUK 7

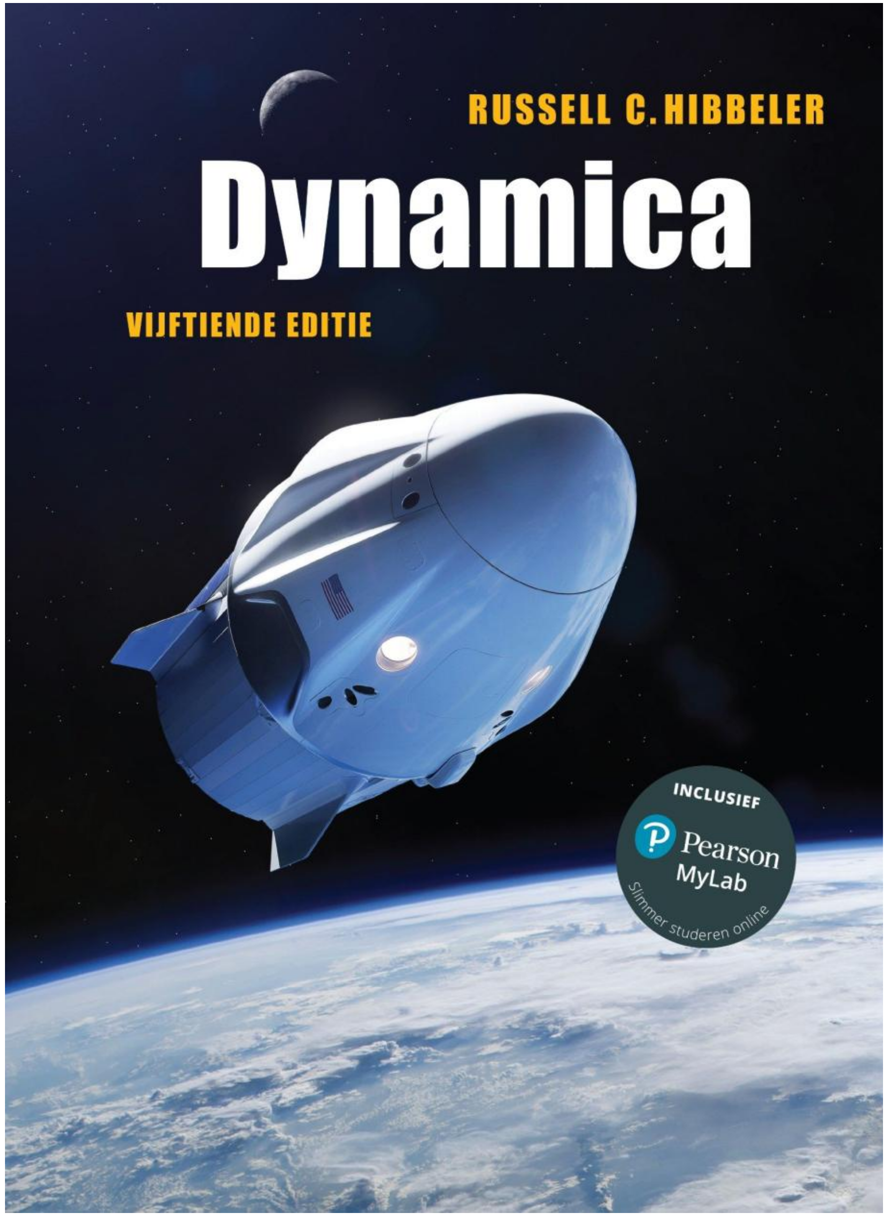
Kinematica van een punt

Dynamica - hoofdstuk 7: Kinematica van een punt

Dit hoofdstuk is gebaseerd op

Dynamica (Russell C. Hibbeler)

- H1: Kinematica van een puntmassa



Dynamica
Overzicht

Puntmassa	Kinematica	H7
	Kinetica	H8
Star lichaam	Kinematica	H9
	Kinetica	H10

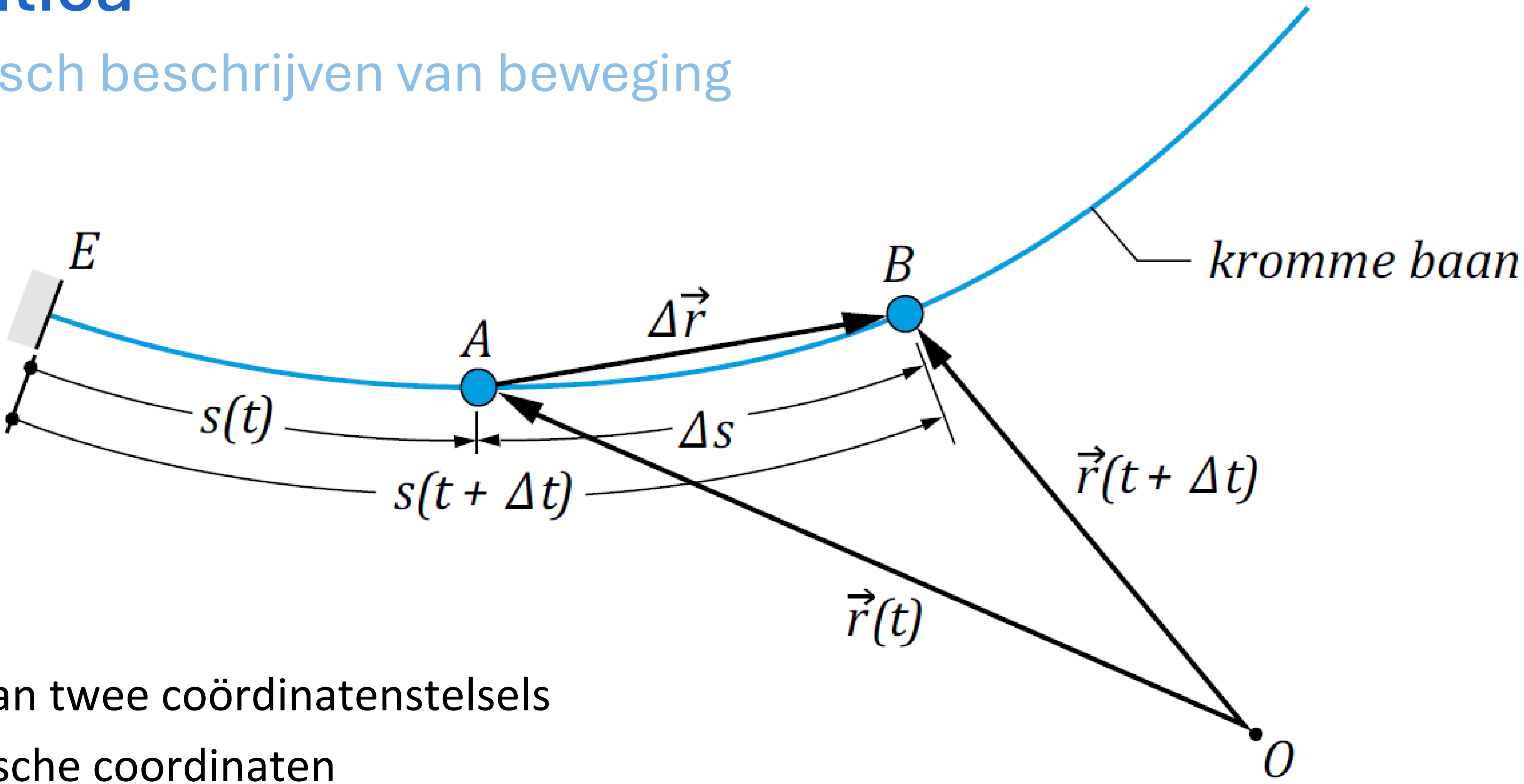
Doelstelling

Na afloop van dit hoofdstuk …

- Begrijp je het verband tussen plaats, verplaatsing, snelheid en versnelling.
- Kan je de beweging van een puntmassa langs een rechte lijn beschrijven en deze grafisch weergeven en interpreteren.
- Kan je de beweging van een puntmassa in twee of drie dimensies beschrijven m.b.v. verschillende coördinatenstelsels.
- Kan je gekoppelde (onderling afhankelijke beweging) en relatieve beweging bestuderen.

Kinematica

Geometrisch beschrijven van beweging



Gebruik van twee coördinatenstelsels

- Cartesische coordinaten
- Baancoordinaten

Overzicht

Deel 1/3

- Beweging van een puntmassa in een cartesisch assenstelsel
  - In de ruimte (driedimensionaal)
  - In het vlak (tweedimensionaal)
  - Op een rechte (eendimensionaal)
  - Grafische methoden
  - Superpositie van rechtlijnige bewegingen

- Beweging van een puntmassa met kromlijnige coördinaten

- Werken met gekoppelde en relatieve beweging

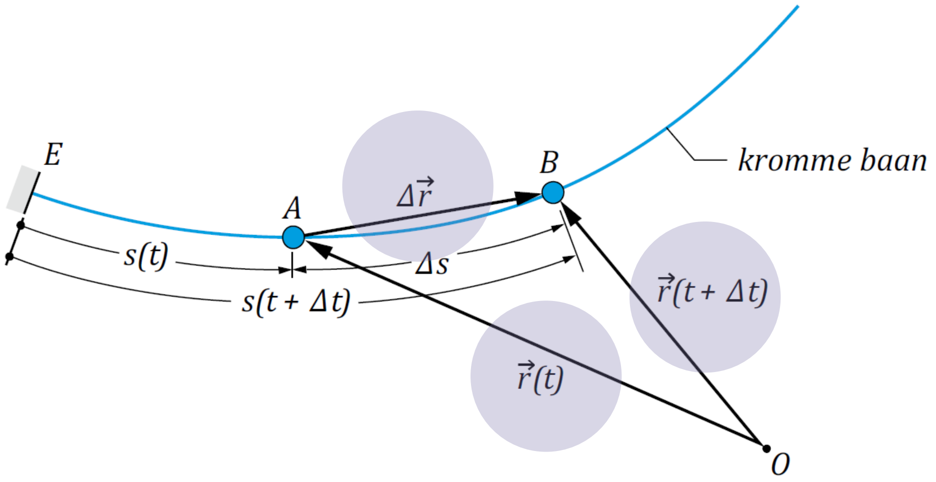
Praktisch voorbeeld (3D)

Beweging in de ruimte (3D)

Cartesische coördinaten

- Carthesisch assenstelsel handig indien beweging kan uitgedrukt worden aan de hand van x-, y- en z-componenten.
- Tijdsafhankelijke plaatsvector:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z$$



- Snelheidsvector:

$$\vec{v}(t) \overset{\text{def}}{=} \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

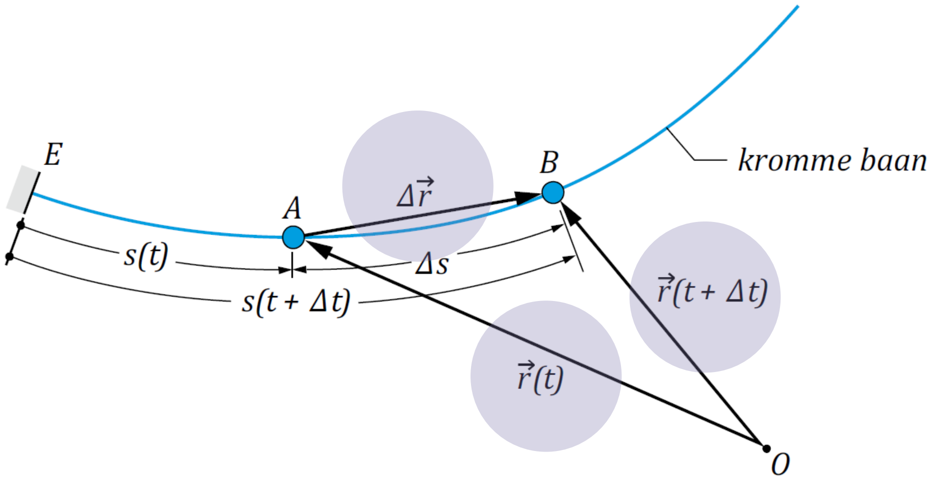
$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{e}_x + v_y(t)\vec{e}_y + v_z(t)\vec{e}_z$$

Beweging in de ruimte (3D)

Cartesische coördinaten

- Carthesisch assenstelsel handig indien beweging kan uitgedrukt worden aan de hand van x-, y- en z-componenten.
- Tijdsafhankelijke plaatsvector:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z$$



- Versnellingsvector:

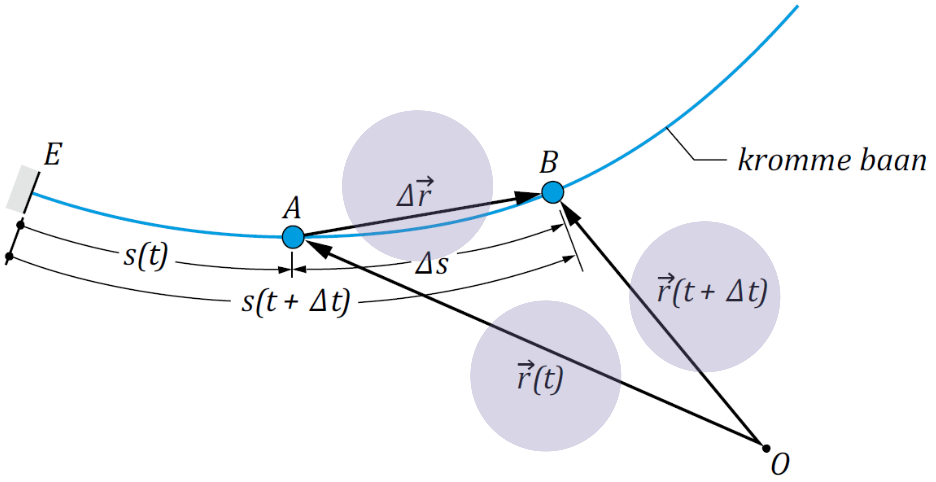
$$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{e}_x + a_y(t)\vec{e}_y + a_z(t)\vec{e}_z$$

Beweging in de ruimte (3D)

Cartesische coördinaten

- Carthesisch assenstelsel handig indien beweging kan uitgedrukt worden aan de hand van x-, y- en z-componenten.

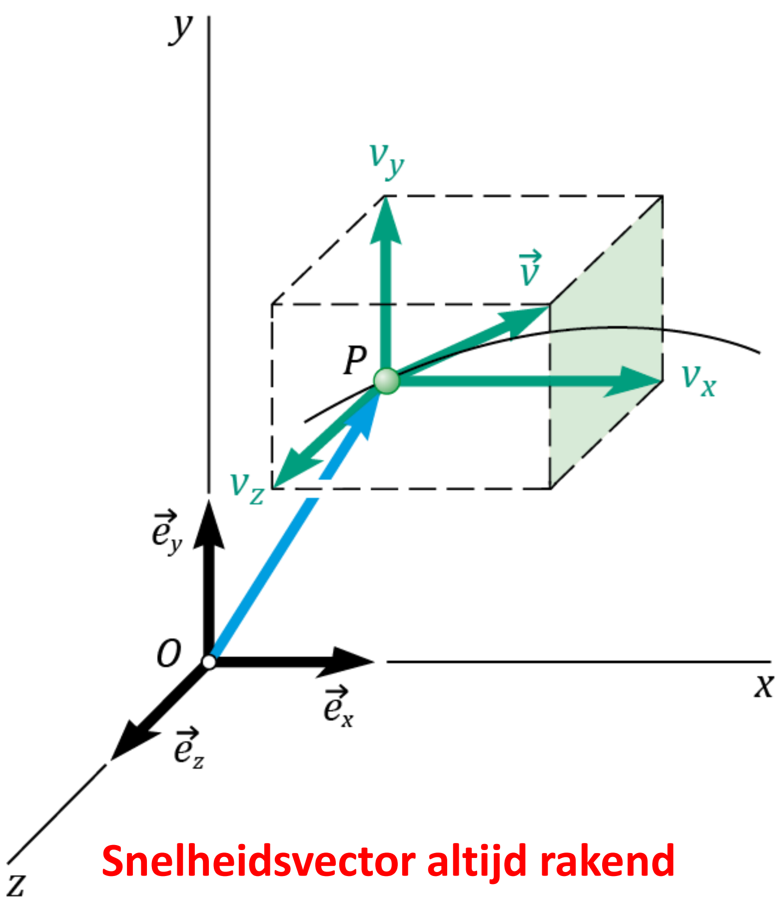
- Grootte van de snelheidsvector:



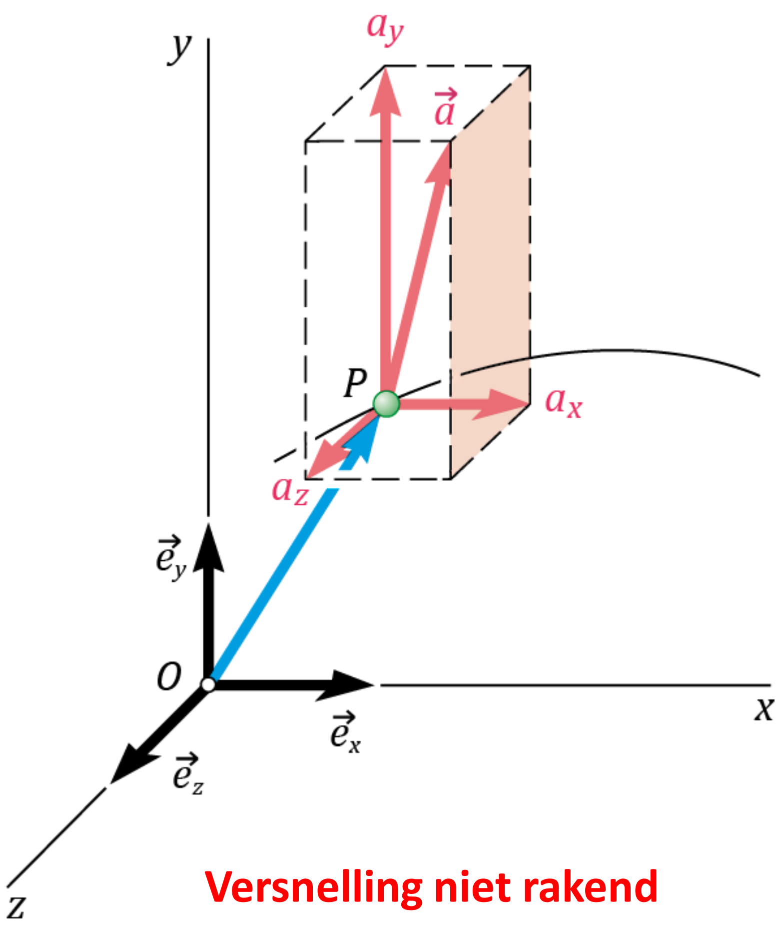
- Grootte van de versnellingsvector:

Beweging in de ruimte (3D)

Componenten van snelheids- en versnellingsvector



Snelheidsvector altijd rakend

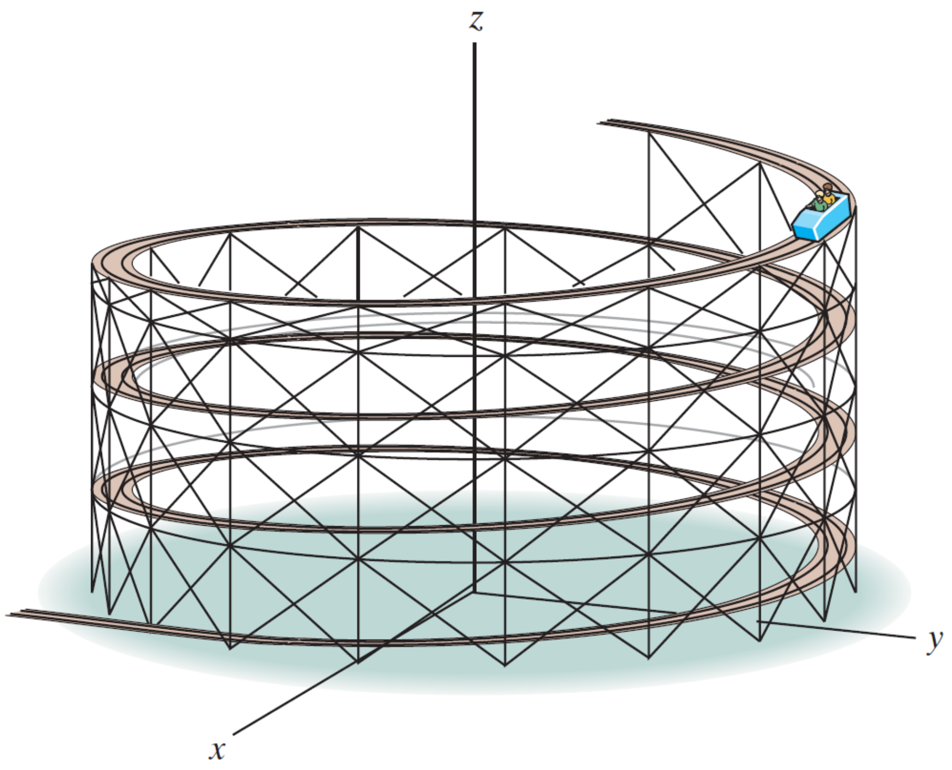


Versnelling niet rakend

UNIVERSITEIT GENT

Voorbeeldoefening

Beweging in de ruimte (3D)



Een puntmassa beweegt zich volgens:

$x(t) = c \cdot \sin(k \cdot t)$

$y(t) = c \cdot \cos(k \cdot t)$

$z(t) = h - b \cdot t$

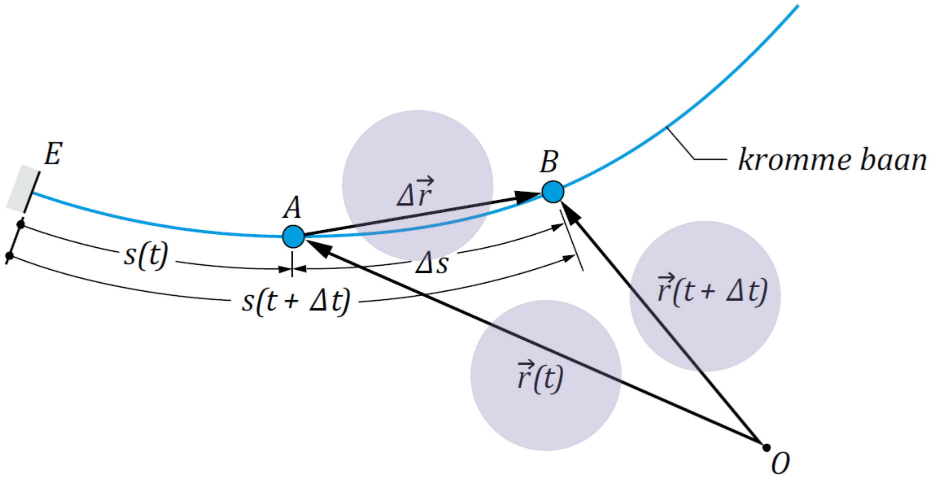
Bepaal de grootte van de snelheid en versnelling in functie van de tijd.

Beweging in het vlak (2D)

Cartesische coördinaten

- Tijdsafhankelijke plaatsvector:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{e}_x + y(t)\vec{e}_y + z(t)\vec{e}_z$$



- Snelheid en versnelling:

$$\vec{v}(t) = v_x(t)\vec{e}_x + v_y(t)\vec{e}_y + v_z(t)\vec{e}_z$$

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\vec{e}_x + a_y(t)\vec{e}_y + a_z(t)\vec{e}_z$$

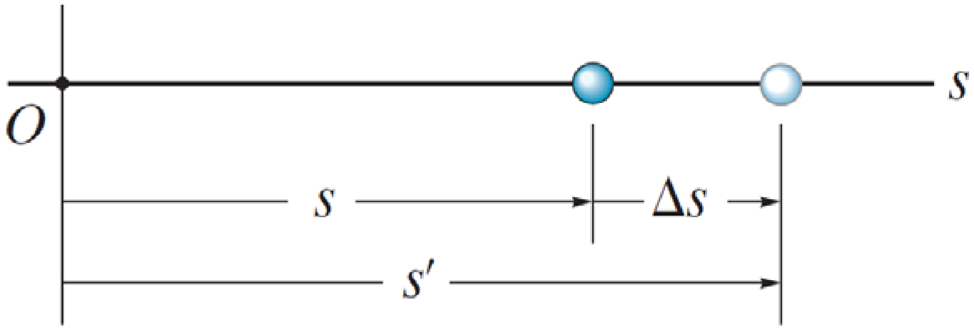
- Courant voorbeeld: beweging van een projectiel (of “de schuine worp”)

Eéndimensionale (rechtlijnige) beweging

Eéndimensionale (rechtlijnige) beweging

Basisdefinities

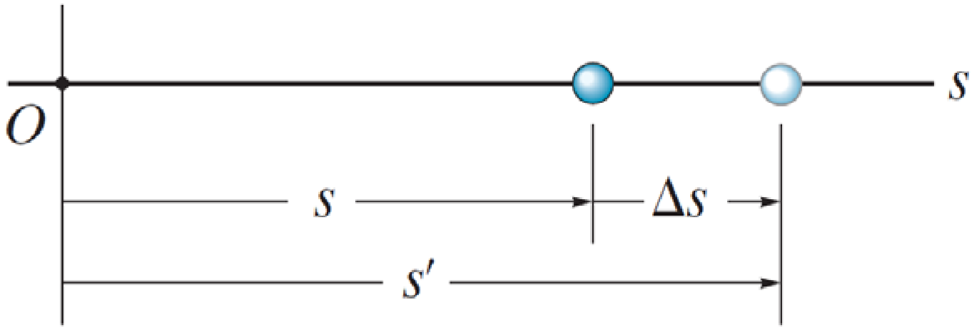
- Beweging wordt gekarakteriseerd door: positie, snelheid en versnelling in functie van de tijd



Eéndimensionale (rechtlijnige) beweging

Basisdefinities

- Beweging wordt gekarakteriseerd door: positie, snelheid en versnelling in functie van de tijd

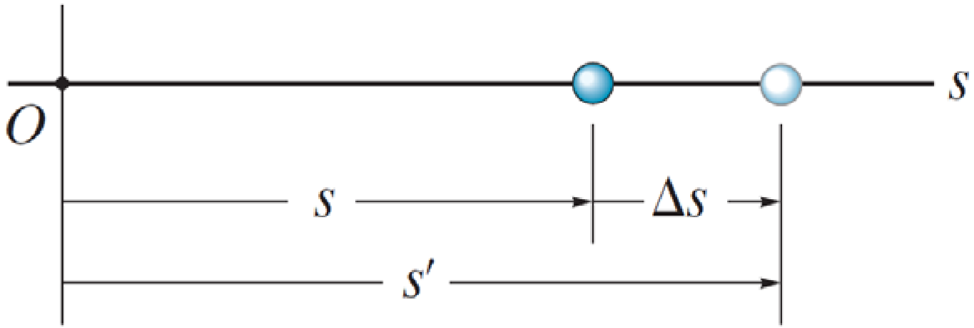


- Geen vectornotatie, scalaire notatie volstaat
- Gemiddeld ≠ ogenblikkelijk
- Kan even goed y(t) of z(t) of s(t)

Eéndimensionale (rechtlijnige) beweging

Basisdefinities

- Beweging wordt gekarakteriseerd door: positie, snelheid en versnelling in functie van de tijd



- Drie belangrijke kinematische vergelijkingen
  1.
  2.
  3.

Voorbeeldoefening

Beweging van een puntmassa op een rechte baan

Een puntmassa beweegt zich zoals beschreven met de functie:

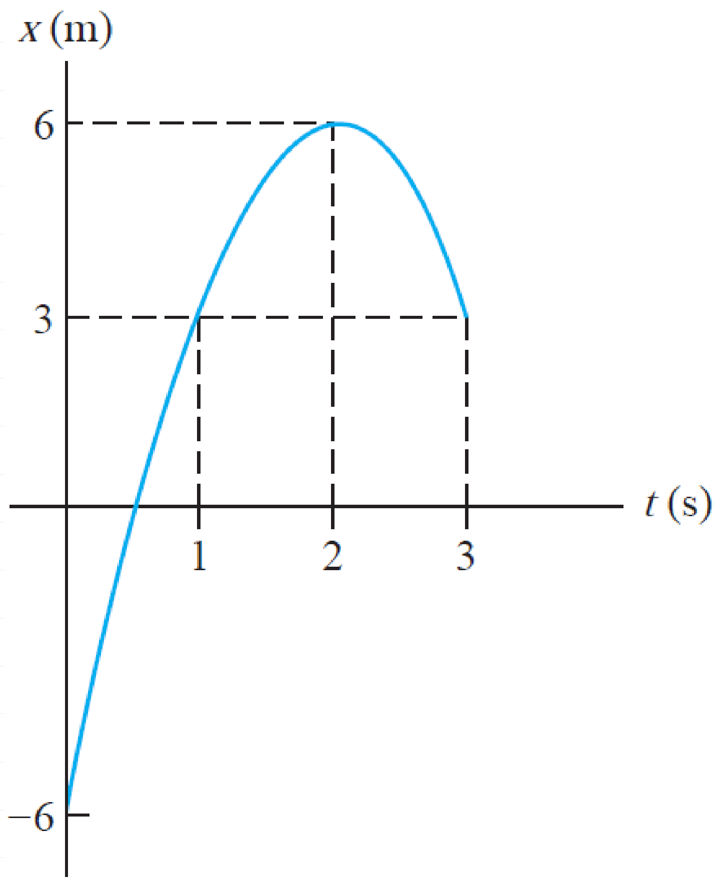
$$x(t) = -3t^2 + 12t - 6 \text{ [m]}$$

Teken een x(t), v(t) en a(t) diagram tussen t = 0 s en t = 3 s.

Bereken de afgelegde weg en de netto verplaatsing van deze puntmassa.

Voorbeeldoefening

Beweging van een puntmassa op een rechte baan



Een puntmassa beweegt zich zoals beschreven met de functie:

$$x(t) = -3t^2 + 12t - 6 \text{ [m]}$$

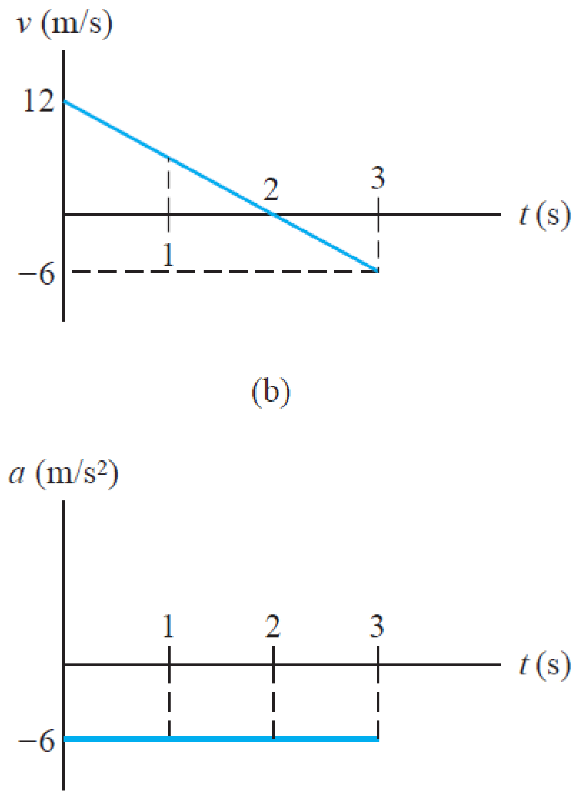
Teken een x(t), v(t) en a(t) diagram tussen t = 0 s en t = 3 s.

Bereken de afgelegde weg en de netto verplaatsing van deze puntmassa.

Antwoord: 15 m en 9 m

Voorbeeldoefening

Beweging van een puntmassa op een rechte baan



Een puntmassa beweegt zich zoals beschreven met de functie:

$$x(t) = -3t^2 + 12t - 6 \text{ [m]}$$

Teken een x(t), v(t) en a(t) diagram tussen t = 0 s en t = 3 s.

Bereken de afgelegde weg en de netto verplaatsing van deze puntmassa.

Antwoord: 15 m en 9 m

Rechtlijnige beweging (1D)

Eénparige (veranderlijke) rechtlijnige beweging

- Meestal is x(t) niet gegeven
- Beweging x(t) eerst zoeken, bv. bij
  - Eénparige beweging: v = constant
  - Eénparig veranderlijke beweging: a = constant

Rechtlijnige beweging (1D)

Eénparige (veranderlijke) rechtlijnige beweging

- Meestal is x(t) niet gegeven
- Beweging x(t) eerst zoeken, bv. bij
  - Eénparige beweging: v = constant
  - Eénparig veranderlijke beweging: a = constant

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a_c dt = v_0 + a_c t$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t) dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(x - x_0)$$

- Voorbeeld: vrijevalbeweging zonder luchtweerstand en constante g = 9,81 m/s^2

Rechtlijnige beweging (1D)

Eénparige (veranderlijke) rechtlijnige beweging

- Meestal is x(t) niet gegeven
- Beweging x(t) eerst zoeken, bv. bij
  - Eénparige beweging: v = constant
  - Eénparig veranderlijke beweging: a = constant

Rechtlijnige beweging (1D)

Eénparige (veranderlijke) rechtlijnige beweging

- Meestal is x(t) niet gegeven
- Beweging x(t) eerst zoeken, bv. bij
  - Eénparige beweging: v = constant
  - Eénparig veranderlijke beweging: a = constant

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a_c dt = v_0 + a_c t$$

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(t) dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a_c(x - x_0)$$

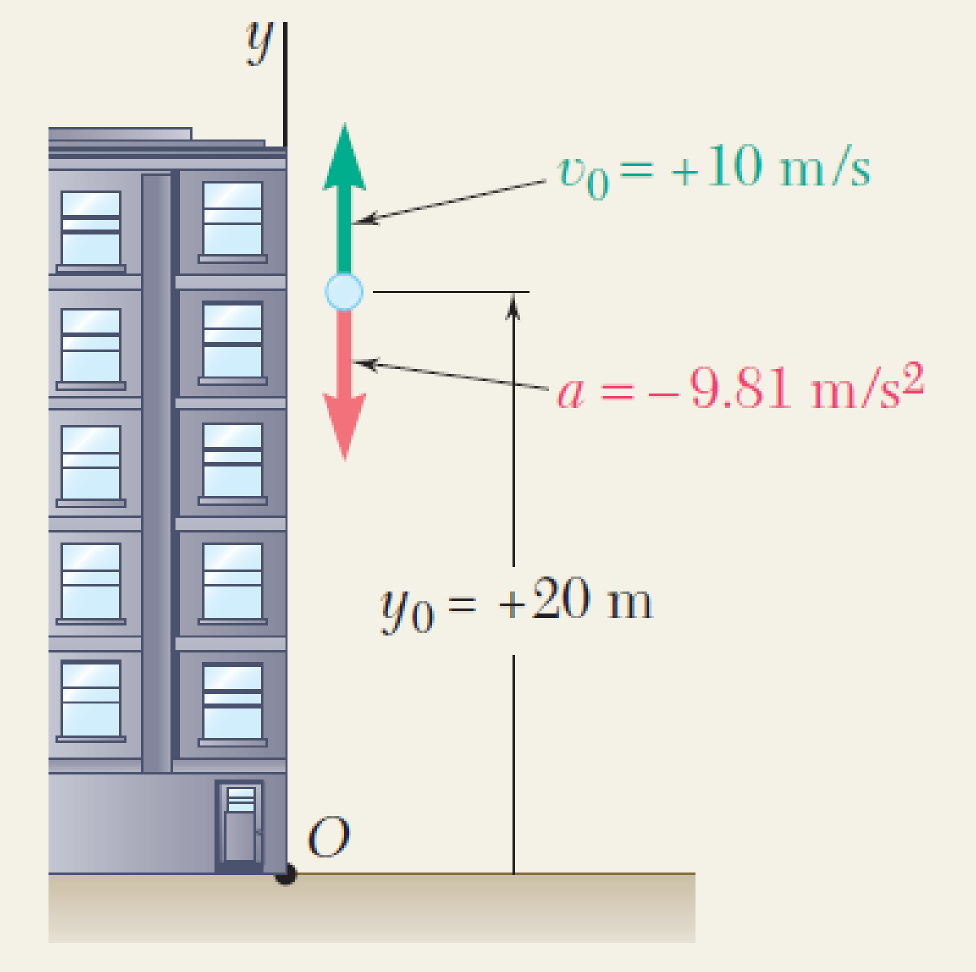
- Voorbeeld: vrijevalbeweging zonder luchtweerstand en constante g = 9,81 m/s^2

Voorbeeldoefening

Valbeweging

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a_c dt = v_0 + a_c t$$

$$y(t) = y_0 + \int_0^t v(t) dt = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_c t^2$$



Een bal wordt omhoog gegooid met snelheid 10 m/s uit een 20 m hoog raam.

Bepaal

(a) de hoogte en de snelheid van de bal op elk tijdstip t

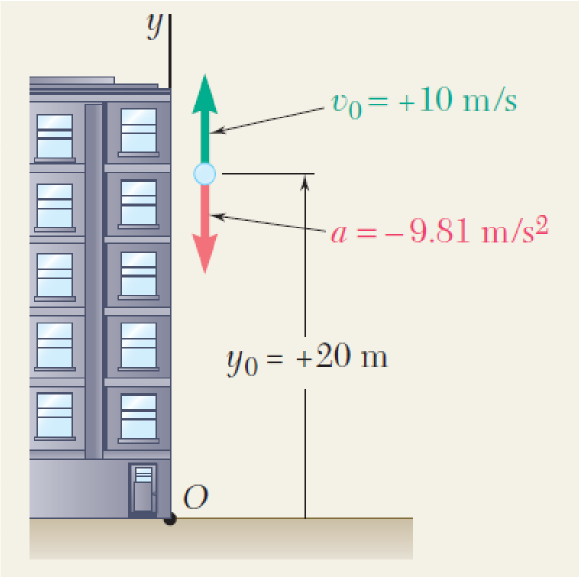
(b) de maximaal bereikte hoogte en corresponderende tijdstip en

(c) het tijdstip en de snelheid waarmee de bal de grond raakt.

Stel v(t) en y(t) grafisch voor.

Voorbeeldoefening

Valbeweging



Snelheid in functie van tijd:

$$v(t) = 10 + (-9{,}81)t$$

Hoogte in functie van tijd:

$$y(t) = 20 + 10t + \frac{1}{2}(-9{,}81)t^2$$

Een bal wordt omhoog gegooid met snelheid 10 m/s uit een 20 m hoog raam.

Bepaal

(a) de hoogte en de snelheid van de bal op elk tijdstip t,

(b) de maximaal bereikte hoogte en corresponderende tijdstip

(c) het tijdstip en de snelheid waarmee de bal de grond raakt.

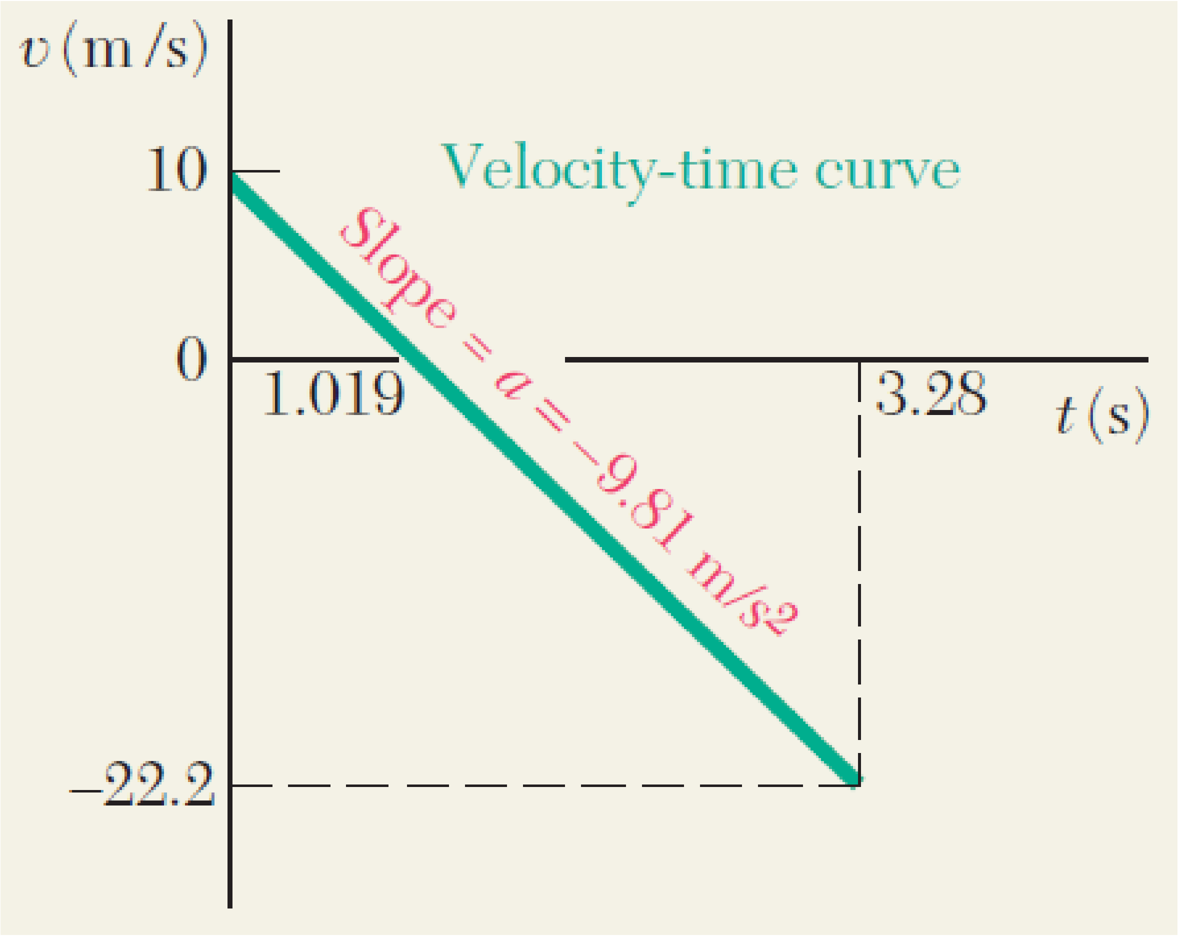
Stel v(t) en y(t) grafisch voor.

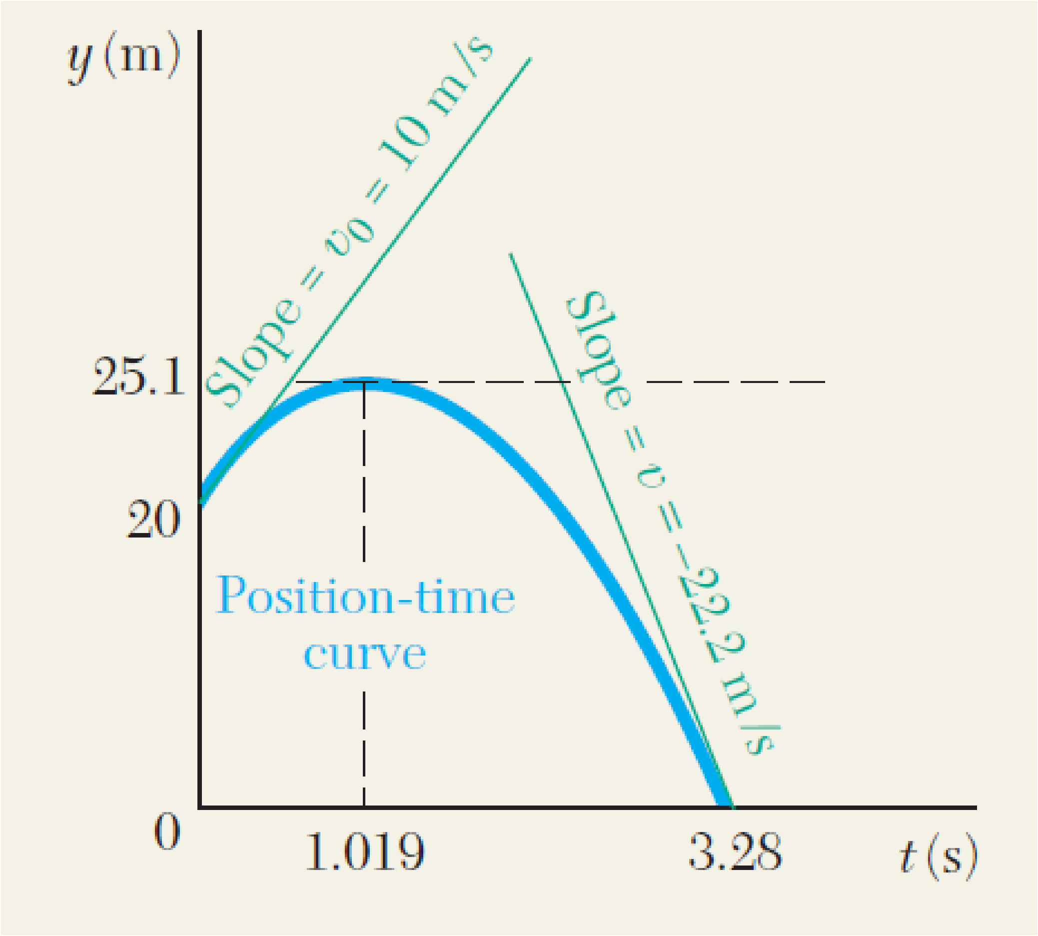
y = 25,1 m op t = 1,019 s

v = 22,2 m/s op t = 3,28 s

Voorbeeldoefening

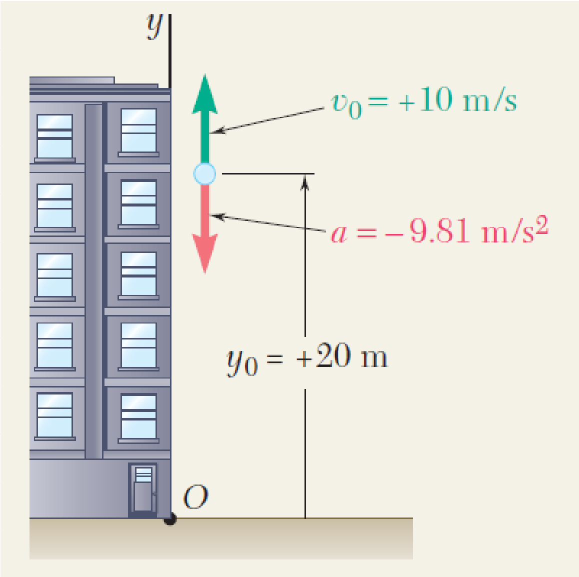
Valbeweging





Voorbeeldoefening

Valbeweging



Snelheid in functie van tijd:

$$v(t) = 10 + (-9{,}81)t$$

Hoogte in functie van tijd:

$$y(t) = 20 + 10t + \frac{1}{2}(-9{,}81)t^2$$

Een bal wordt omhoog gegooid met snelheid 10 m/s uit een 20 m hoog raam.

Bepaal

(a) de hoogte en de snelheid van de bal op elk tijdstip t,

(b) de maximaal bereikte hoogte en corresponderende tijdstip

(c) het tijdstip en de snelheid waarmee de bal de grond raakt.

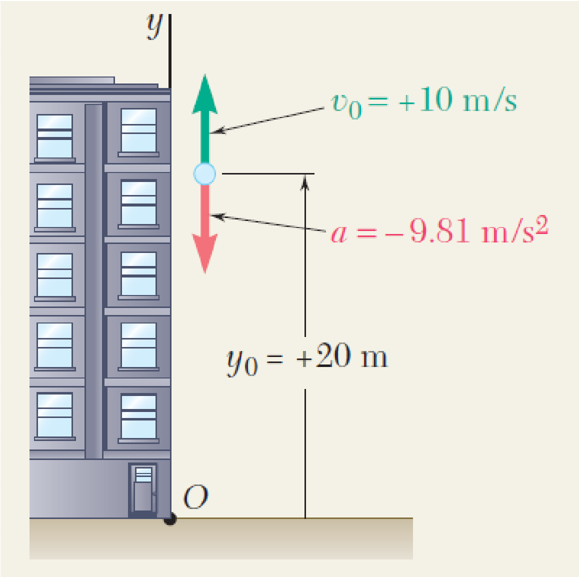
Stel v(t) en y(t) grafisch voor.

y = 25,1 m op t = 1,019 s

v = 22,2 m/s op t = 3,28 s

Voorbeeldoefening

Valbeweging



Hoogte in functie van tijd:

$$y(t) = 20 + 10t + \frac{1}{2}(-9{,}81)t^2$$

Snelheid in functie van tijd:

$$v(t) = 10 + (-9{,}81)t$$

Een bal wordt omhoog gegooid met snelheid 10 m/s uit een 20 m hoog raam.

Bepaal

(a) de hoogte en de snelheid van de bal op elk tijdstip t,

(b) de maximaal bereikte hoogte en corresponderende tijdstip

(c) het tijdstip en de snelheid waarmee de bal de grond raakt.

Stel v(t) en y(t) grafisch voor.

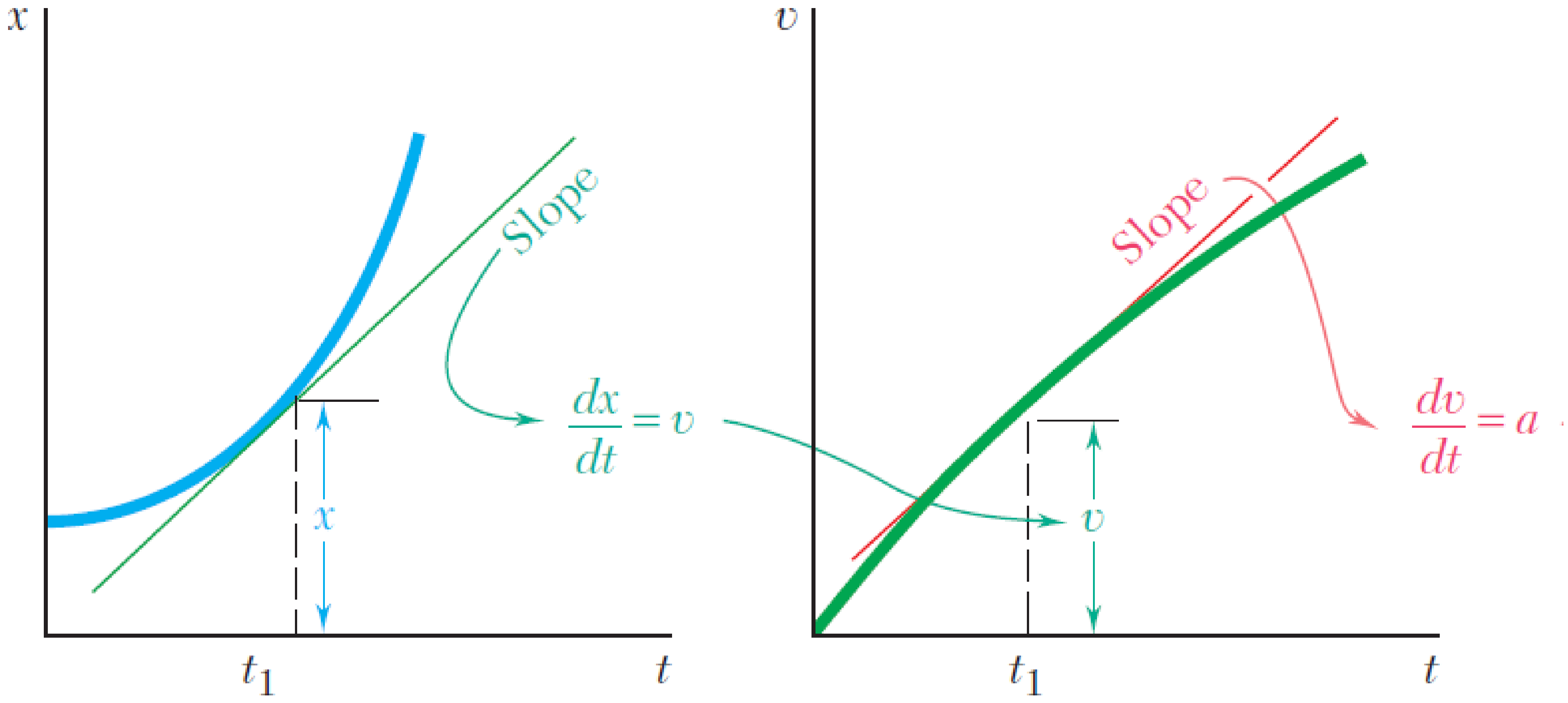
y = 25,1 m op t = 1,019 s

v = 22,2 m/s op t = 3,28 s

Rechtlijnige beweging

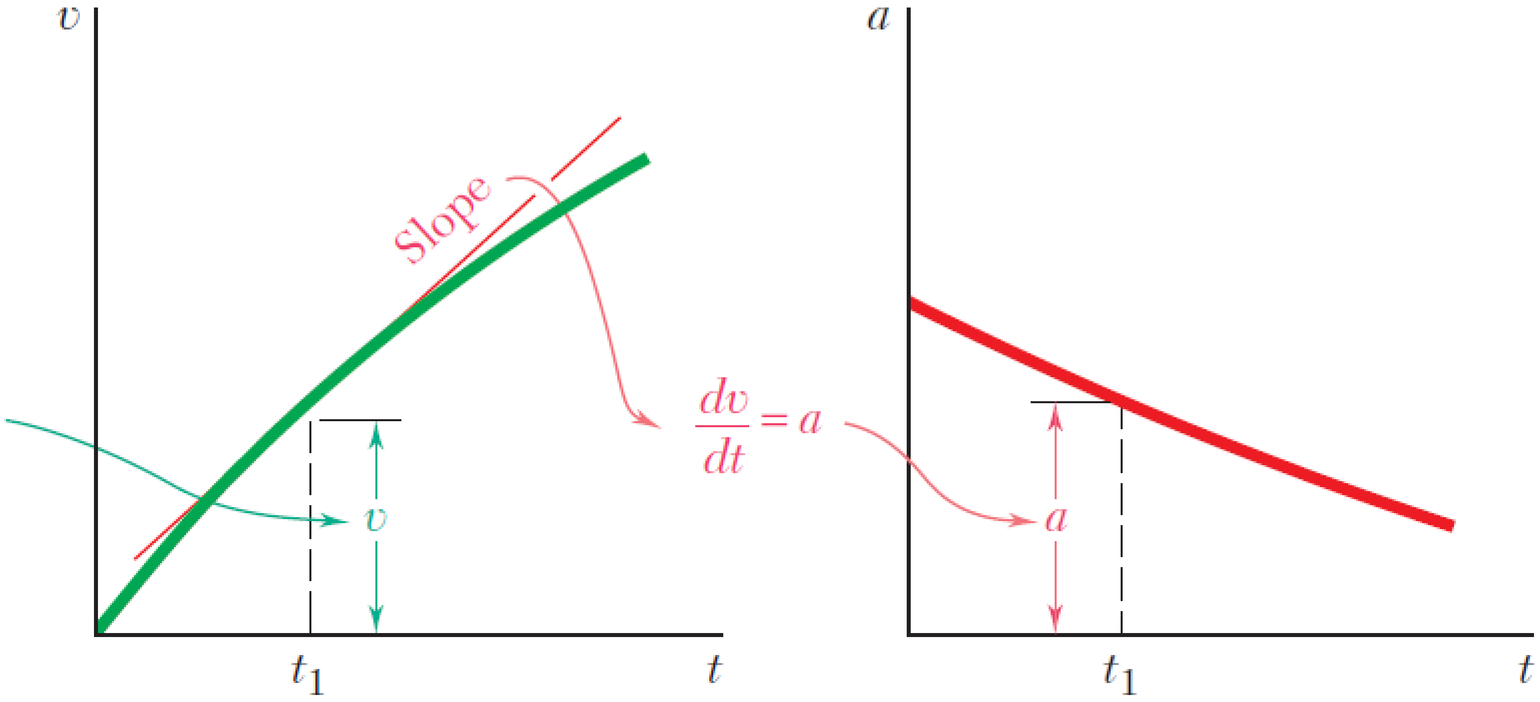
Grafische interpretatie van de kinematische vergelijkingen: afgeleide

- Wiskundige vergelijkingen (functievoorschriften) niet steeds beschikbaar



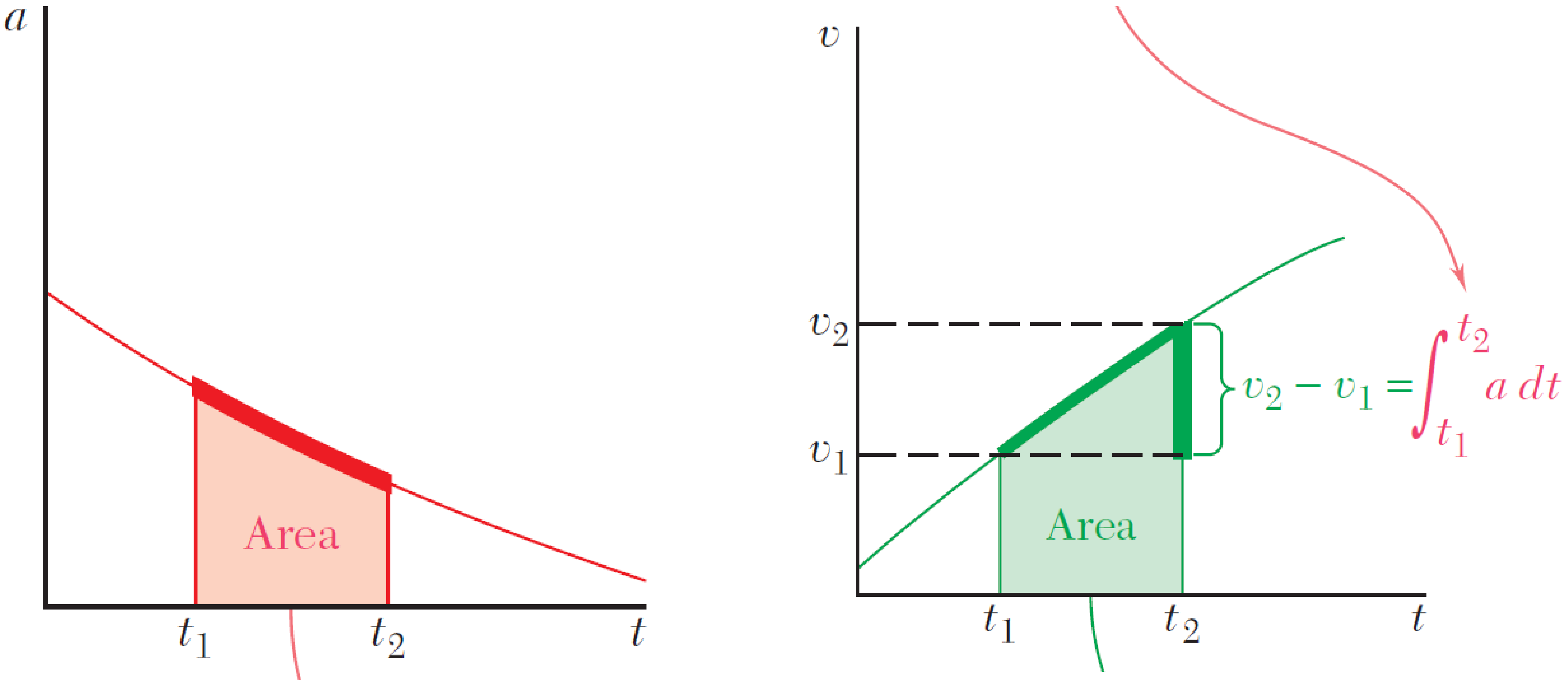
Rechtlijnige beweging

Grafische interpretatie van de kinematische vergelijkingen: afgeleide



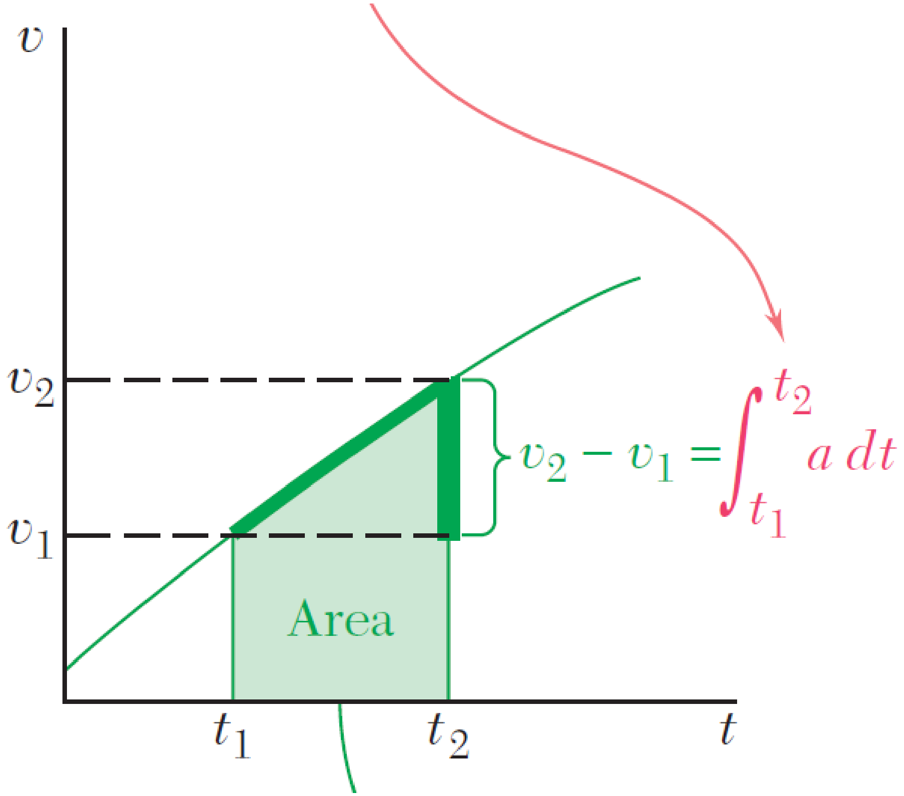
Rechtlijnige beweging

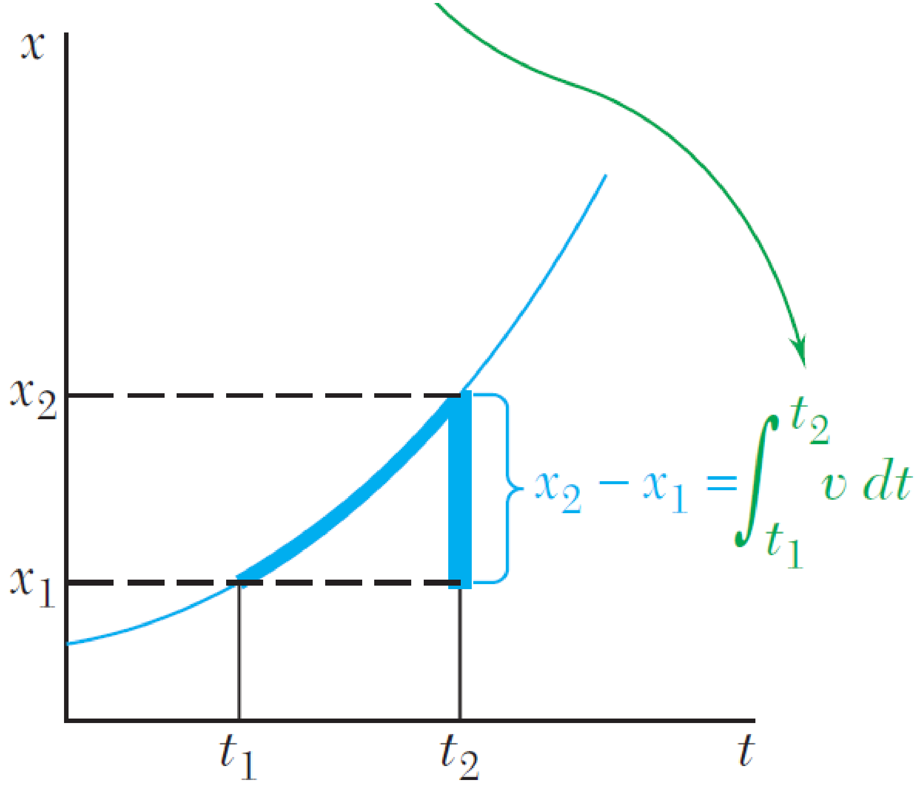
Grafische interpretatie van de kinematische vergelijkingen: integratie



Rechtlijnige beweging

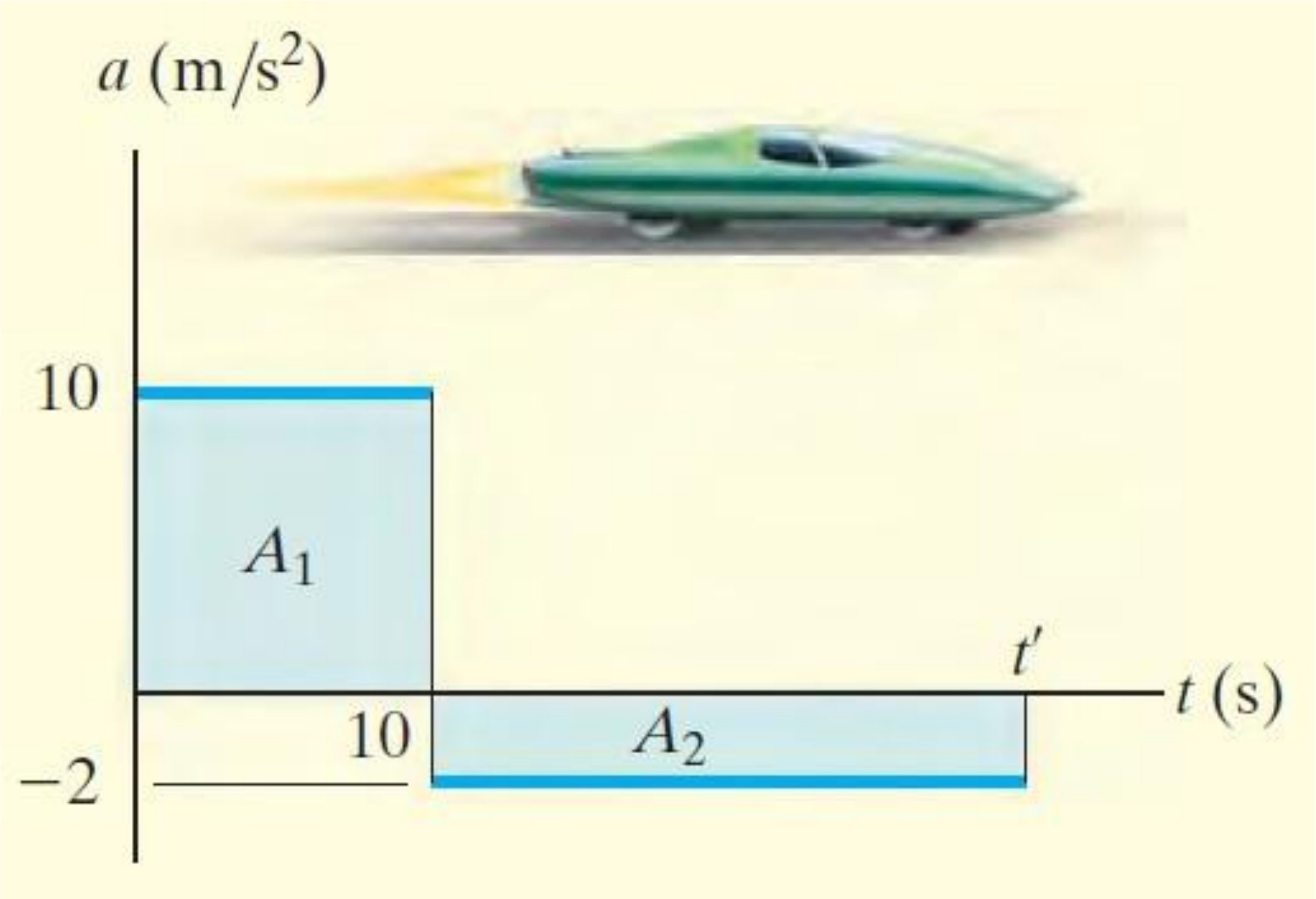
Grafische interpretatie van de kinematische vergelijkingen: integratie





Rechtlijnige beweging

Eéndimensionale beweging



Een testauto versnelt en vertraagt achtereenvolgens.

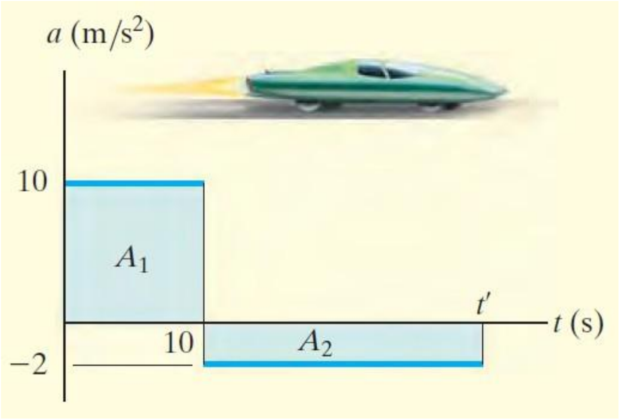
Teken de v(t) en x(t) grafiek

Bepaal de tijd t’ nodig om de wagen te stoppen.

Hoe ver heeft de auto dan gereden?

Rechtlijnige beweging

Eéndimensionale beweging



Interval 1 ($0 \leq t < 10s$): $a_c = 10\ m/s^2$

Interval 2 ($10\ s \leq t < t'$): $a_c = -2\ m/s^2$

Een testauto versnelt en vertraagt achtereenvolgens.

Teken de v(t) en s(t) grafiek

Bepaal de tijd t' nodig om de wagen te stoppen.

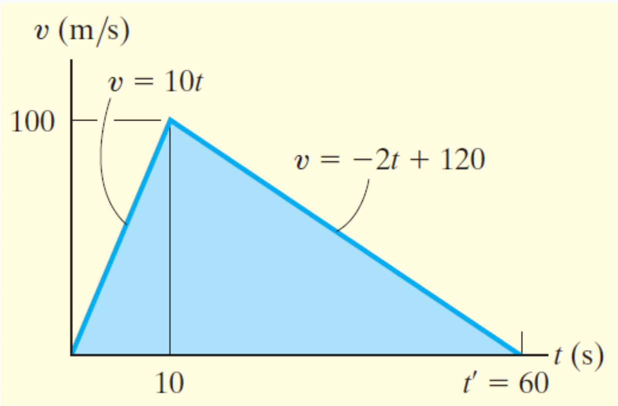
Hoe ver heeft de auto dan gereden?

Antwoord:

t' = 60 s en Δs = 3000 m

Rechtlijnige beweging

Eéndimensionale beweging



Interval 1 ($0 \leq t < 10$s): v(t) = 10t

Interval 2 (10 s $\leq t < t'$): v(t) = -2t+120

Een testauto versnelt en vertraagt achtereenvolgens.

Teken de v(t) en s(t) grafiek

Bepaal de tijd t' nodig om de wagen te stoppen.

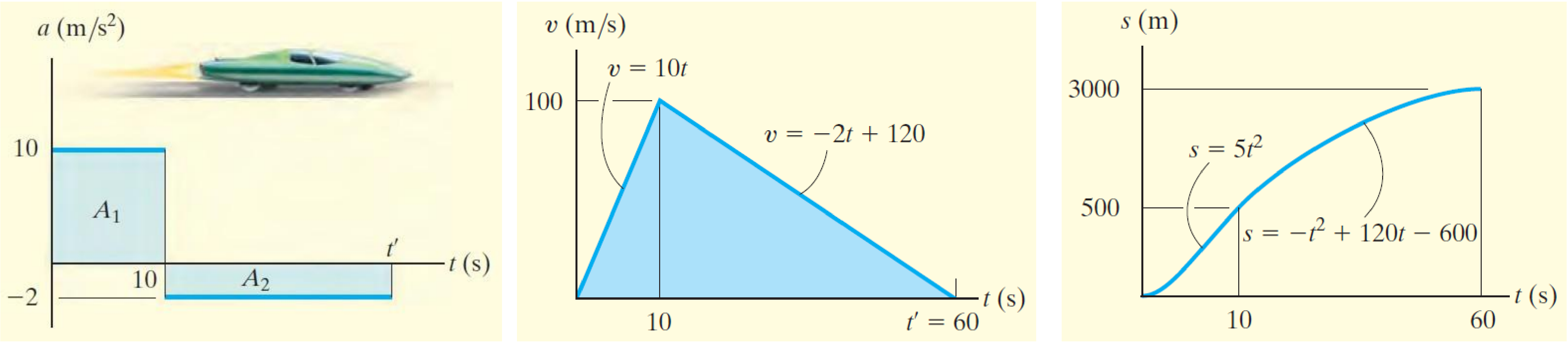
Hoe ver heeft de auto dan gereden?

Antwoord:

t' = 60 s en Δs = 3000 m

Rechtlijnige beweging

Eéndimensionale beweging



Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

beweging van een 'projectiel' in 2D

Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

beweging van een ‘projectiel’ in 2D

Projectie van de bewegingsvergelijking [8-1] op de x-as en y-as levert:

$$a_x(t) = 0 \qquad [7\text{-}20]$$
$$a_y(t) = -g$$

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha \qquad [7\text{-}21]$$
$$v_y(t) = -gt + v_0 \sin\alpha$$

Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

beweging van een ‘projectiel’ in 2D

$$v_x(t) = v_0 \cos\alpha \qquad [7\text{-}21]$$
$$v_y(t) = -gt + v_0 \sin\alpha$$

Een tweede tijdsintegratie levert de x- en y-coördinaat (d.w.z. de plaats) van het projectiel op als functie van de tijd:

$$x(t) = v_0(\cos\alpha)t + x_0 \qquad [7\text{-}22]$$
$$y(t) = -g\frac{t^2}{2} + v_0(\sin\alpha)t + y_0$$

Wanneer de oorsprong van het assenstelsel wordt gelegd op de plaats waar het projectiel wordt afgevuurd, zal $x_0 = 0$ en $y_0 = 0$.

Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

beweging van een ‘projectiel’ in 2D

- De valparabool:

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 cos^2\alpha}x^2 + (tan\,\alpha)x$$

- Demo op http://phet.colorado.edu/sims/projectile-motion/projectile-motion_nl.html

Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

beweging van een ‘projectiel’ in 2D

- De valparabool:

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 cos^2\alpha}x^2 + (tan\,\alpha)x$$

- Demo op http://phet.colorado.edu/sims/projectile-motion/projectile-motion_nl.html

Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

beweging van een 'projectiel' in 2D

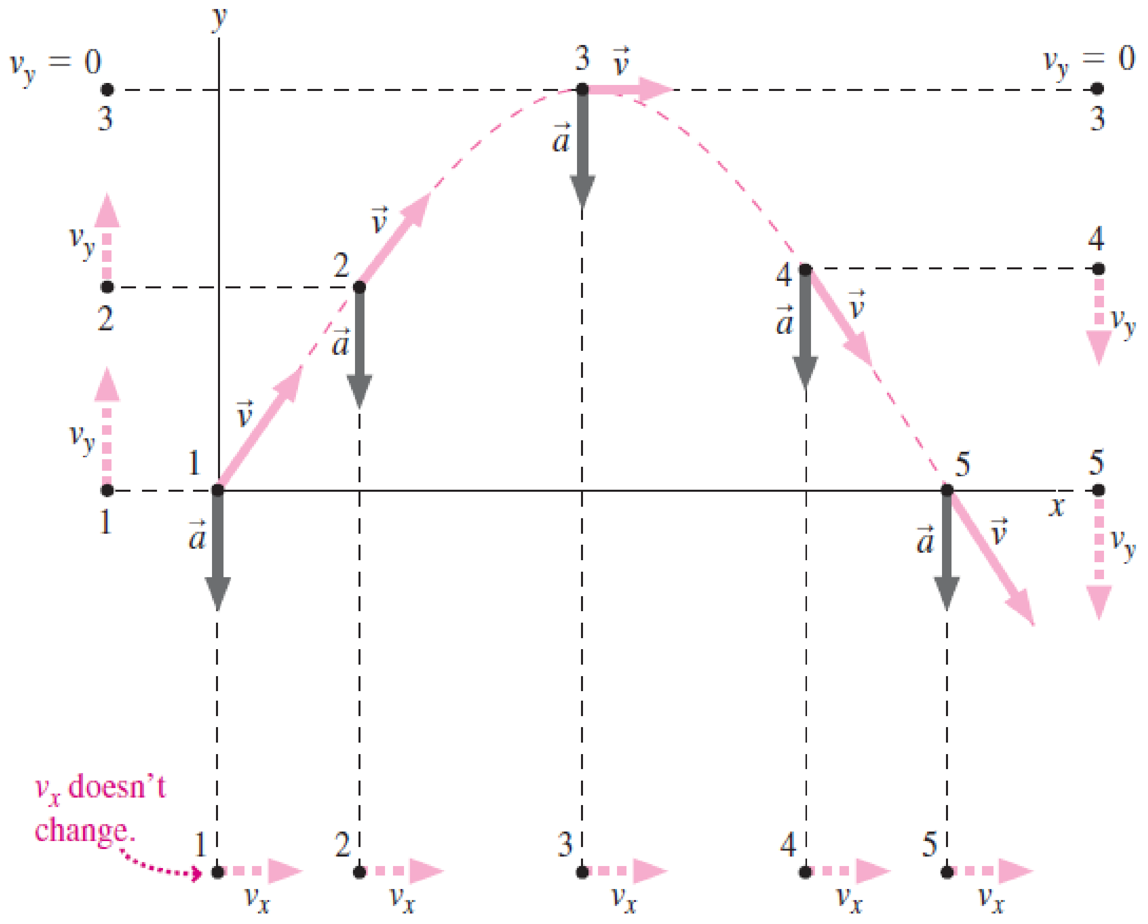
- De valparabool:

$$y(x) = -\frac{g}{2v_0^2 cos^2\alpha}x^2 + (tan\,\alpha)x$$

- Demo op http://phet.colorado.edu/sims/projectile-motion/projectile-motion_nl.html

Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

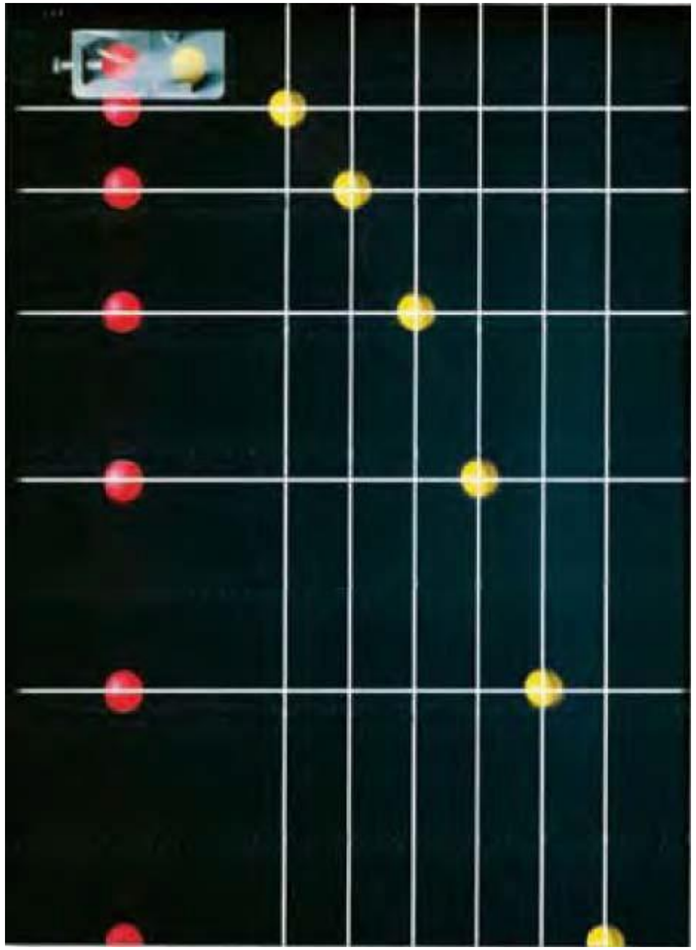
beweging van een 'projectiel' in 2D



- Conclusie:

Superpositie van twee rechtlijnige bewegingen

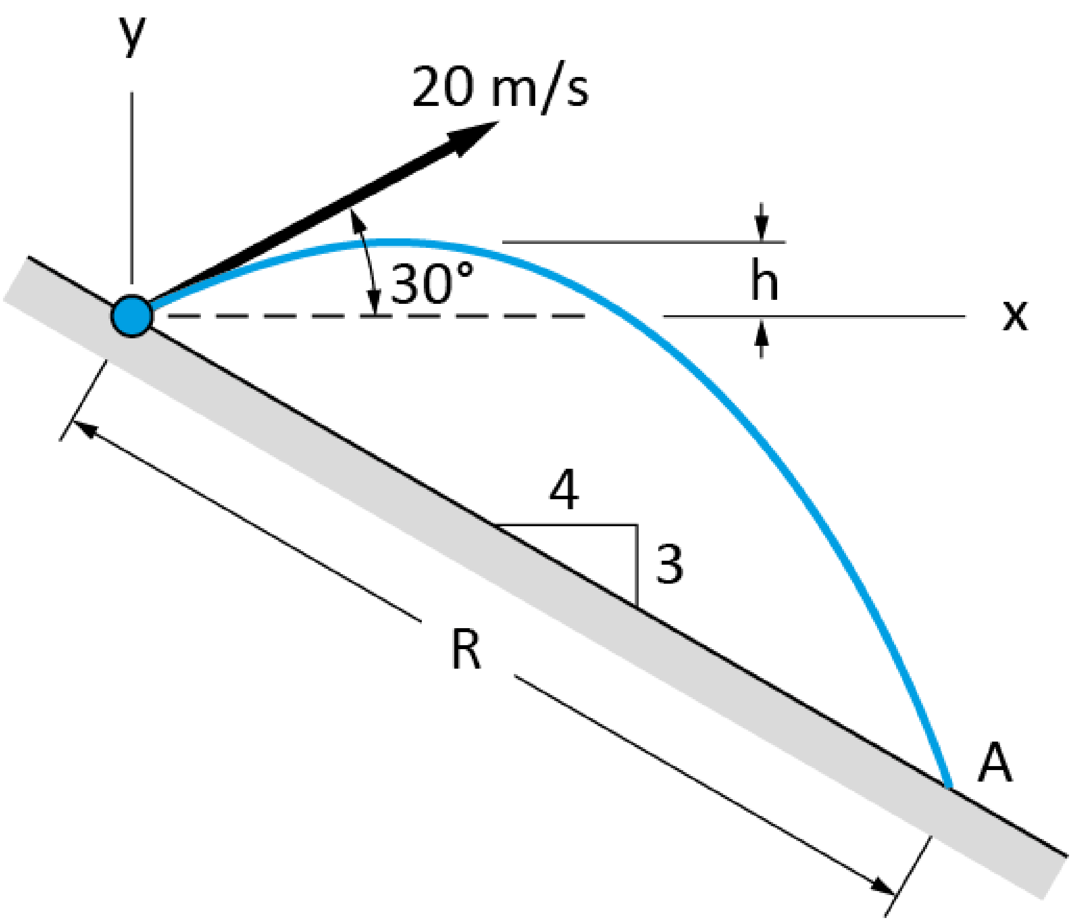
beweging van een 'projectiel' in 2D



- Conclusie:

Voorbeeldoefening

beweging van een ‘projectiel’ in 2D

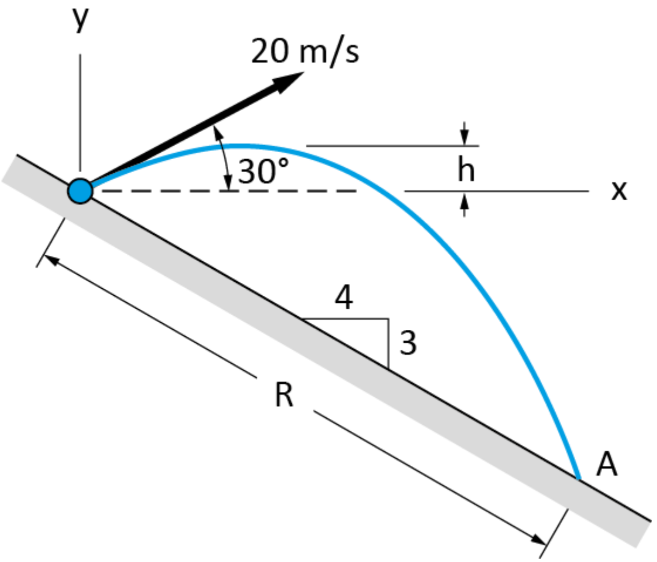


Een projectiel wordt afgevuurd met een beginsnelheid van 20 m/s onder een hoek $\theta = 30°$.

Bepaal de maximale hoogte h en de afstand R.

Voorbeeldoefening

beweging van een ‘projectiel’ in 2D



$$x(t) = 20\cos(30°)\,t + 0$$

$$y(t) = 20\sin(30°)\,t - 9{,}81\frac{t^2}{2} + 0$$

Een projectiel wordt afgevuurd met een beginsnelheid van 20 m/s onder een hoek θ = 30°.

Bepaal de maximale hoogte h en de afstand R.

Antwoord: h = 5,09 m en R = 101,5 m

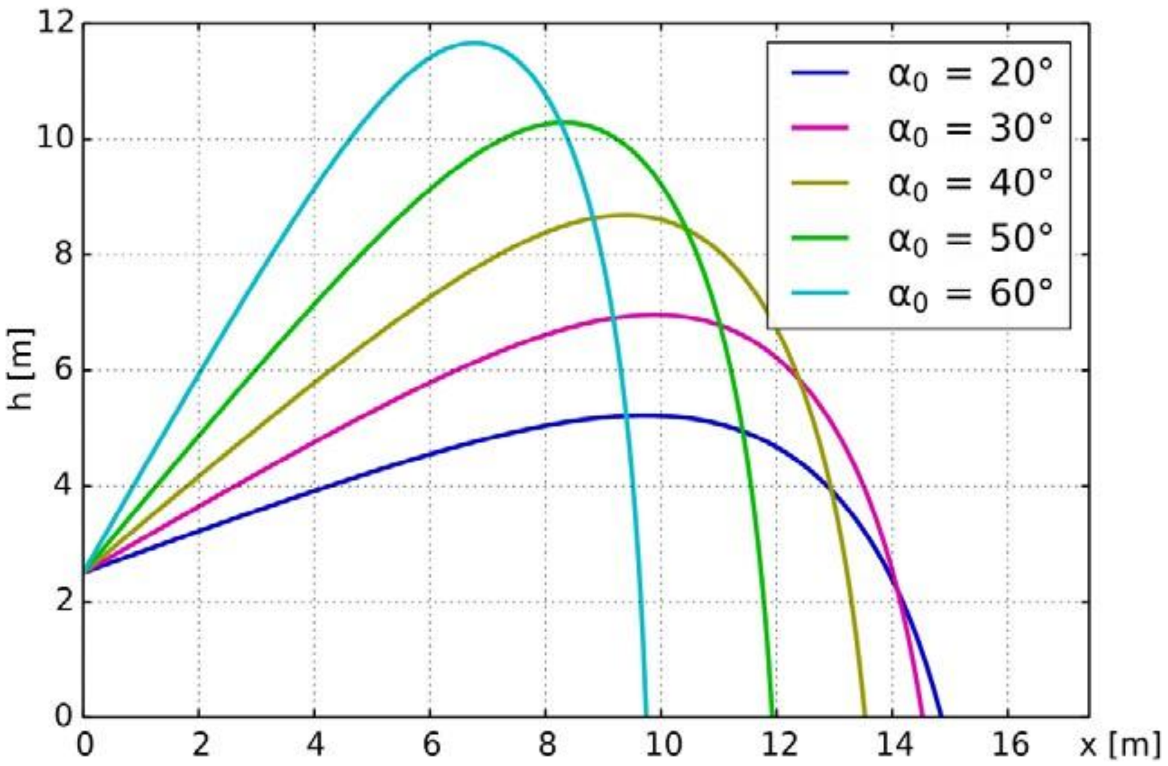
Beweging op een kromme

Beweging van een 'projectiel' met luchtweerstand

- Demo op http://phet.colorado.edu/sims/projectile-motion/projectile-motion_nl.html

Beweging op een kromme

Beweging van een 'projectiel' met luchtweerstand



- Demo op http://phet.colorado.edu/sims/projectile-motion/projectile-motion_nl.html

Praktisch voorbeeld

Overzicht

Deel 2/3

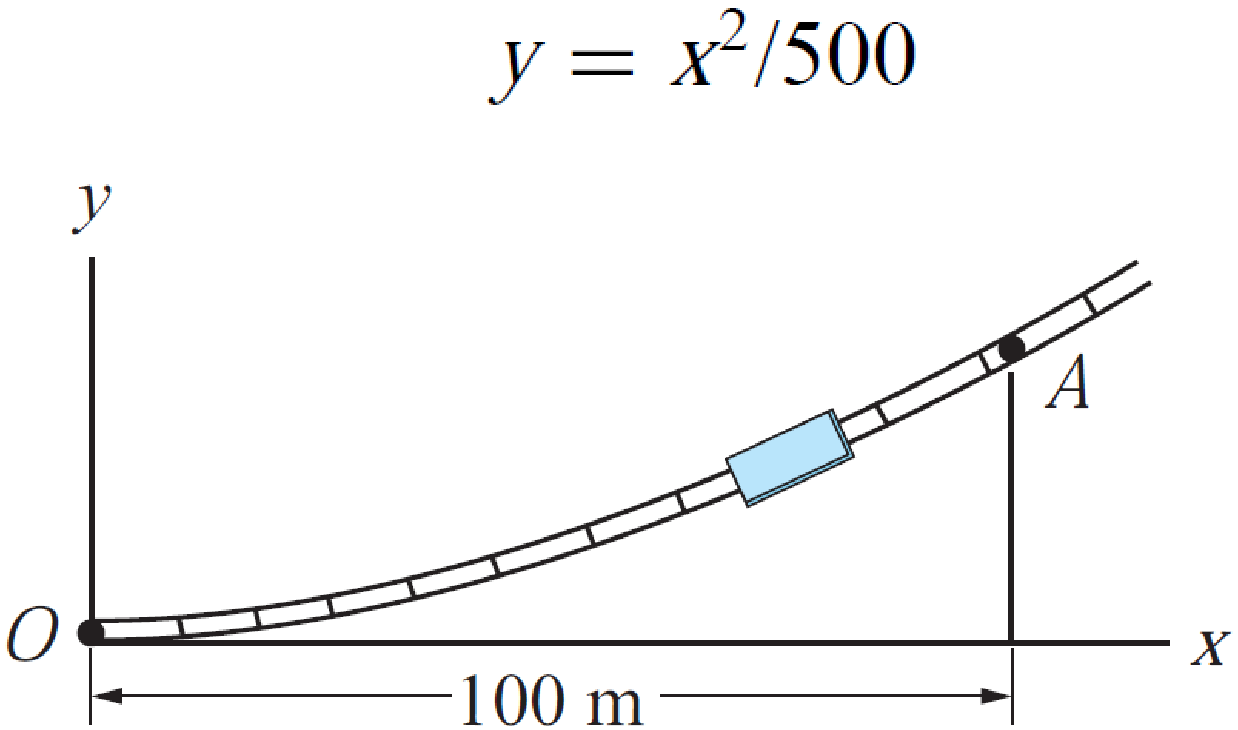
- Beweging van een puntmassa in een cartesisch assenstelsel

- Beweging van een puntmassa met kromlijnige coördinaten
  - Geometrische beschrijving
  - Snelheid en versnelling

- Werken met gekoppelde en relatieve beweging

Voorbeeldoefening

Ter illustratie



Bepaal de kromtestraal van de baan en de versnelling van de wagen ter hoogte van punt A.

De snelheid is constant en gelijk aan 90 km/h.

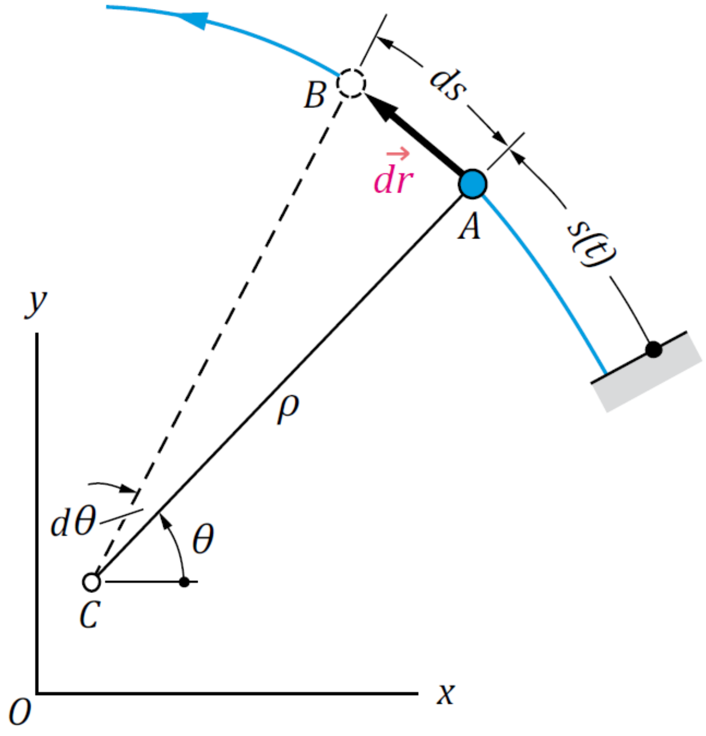
Antwoord:

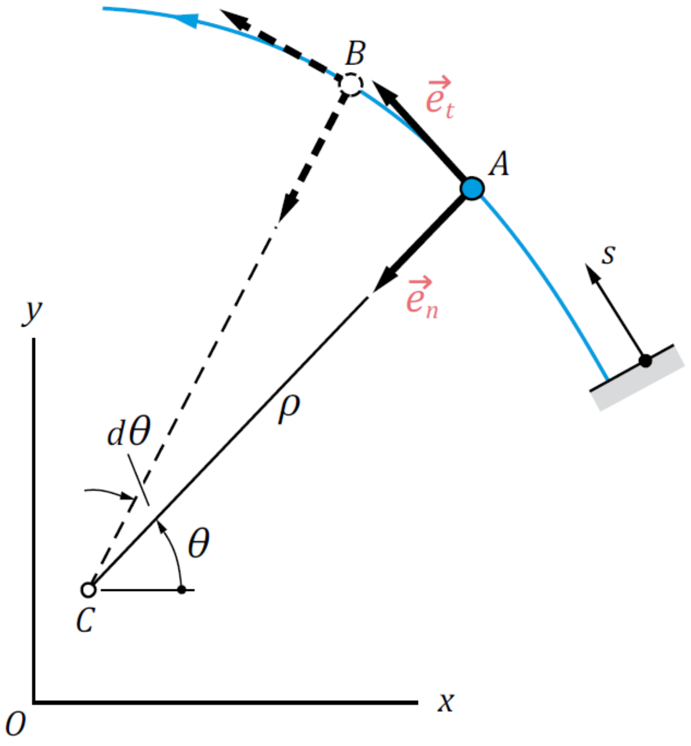
ρ = 312,3 m

a = 2 m/s^2

Kromlijnige coördinaten t en n

Geometrische beschrijving: kromtestraal, kromtemiddelpunt en osculatiecirkel

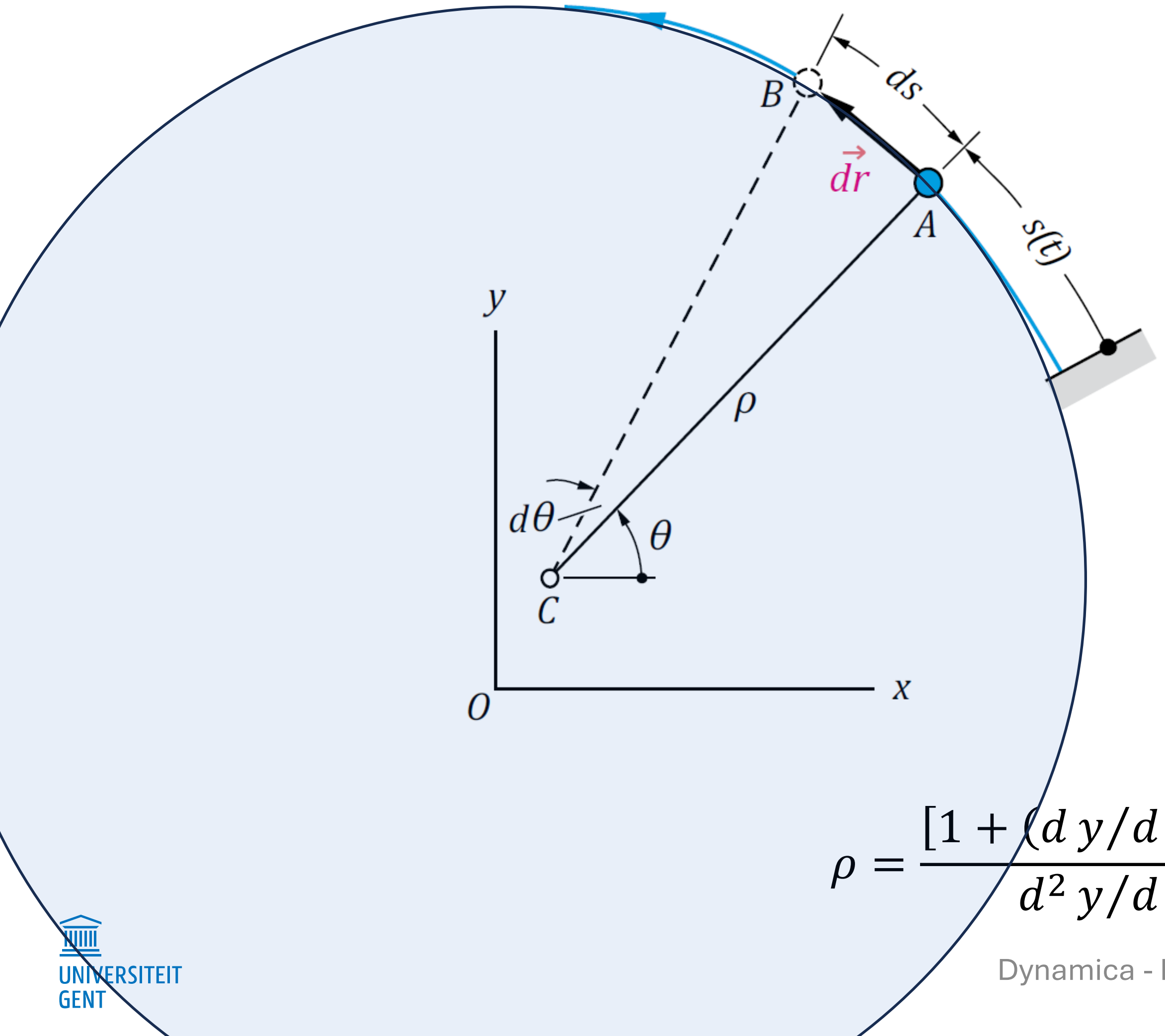


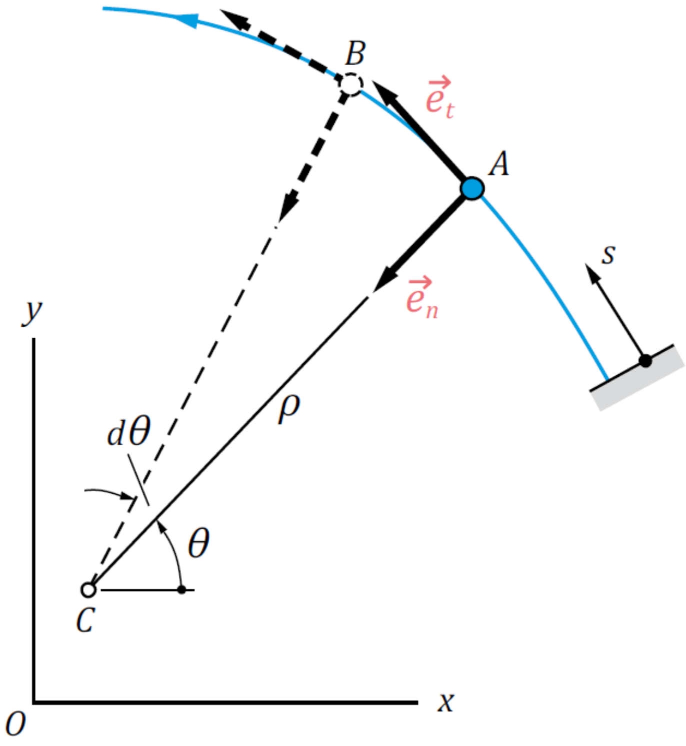


$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{d^2y/dx^2} = \frac{(1 + (y')^2)^{3/2}}{y''}$$

Kromlijnige coördinaten t en n

Geometrische beschrijving: kromtestraal, kromtemiddelpunt en osculatiecirkel

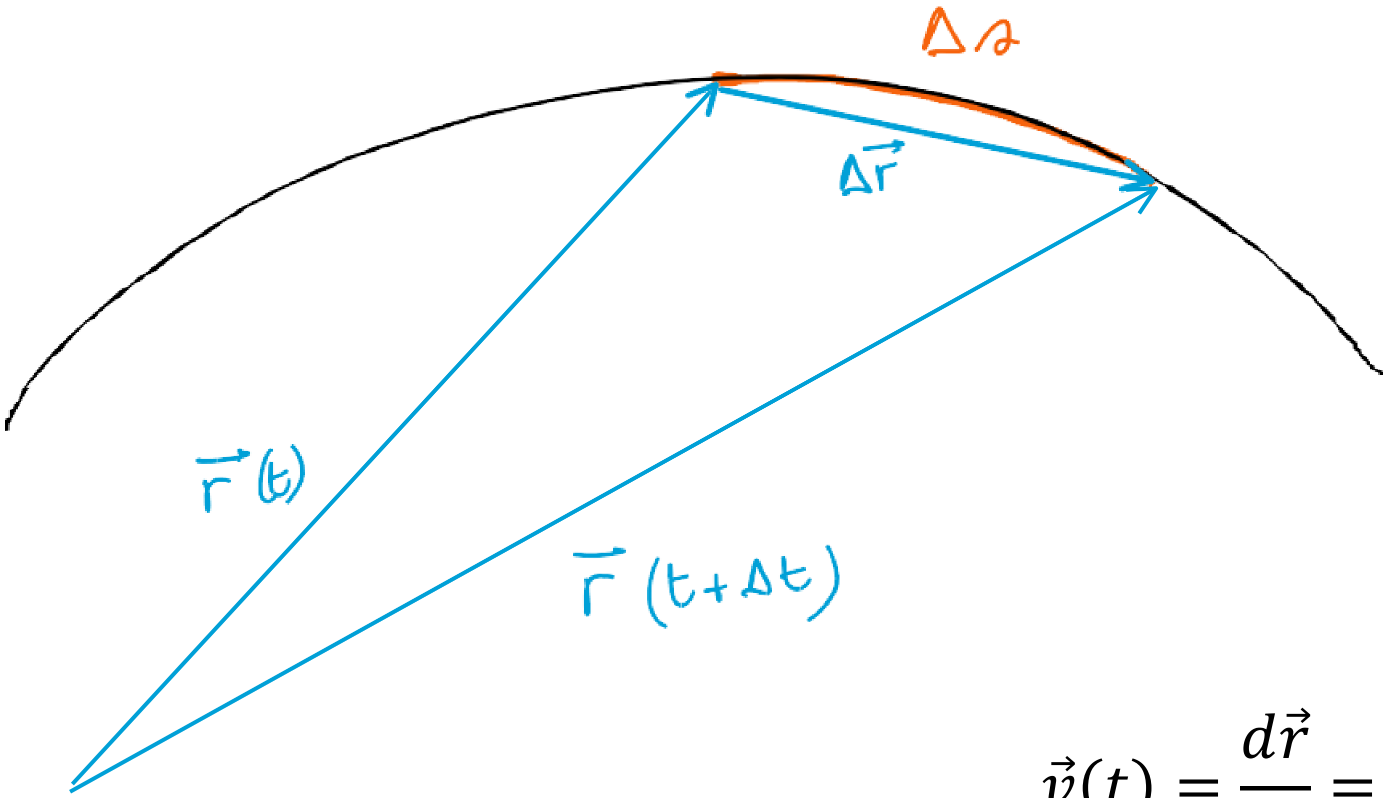




$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{d^2y/dx^2} = \frac{(1 + (y')^2)^{3/2}}{y''}$$

Beweging op een kromme (2D)

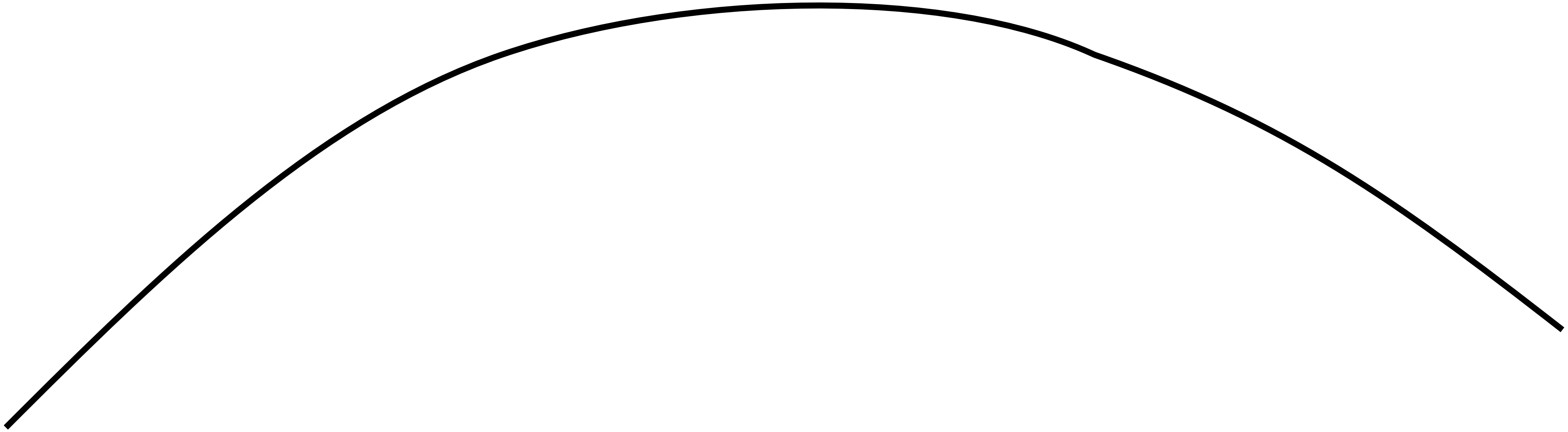
Snelheidsvector



$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds}\cdot\frac{ds}{dt} = \left(\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta s}\right)\cdot v = v\vec{e}_t$$

Beweging op een kromme (2D)

Snelheidsvector

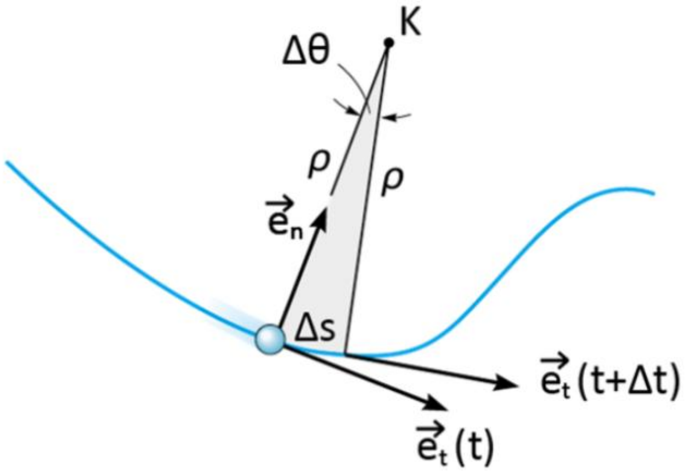


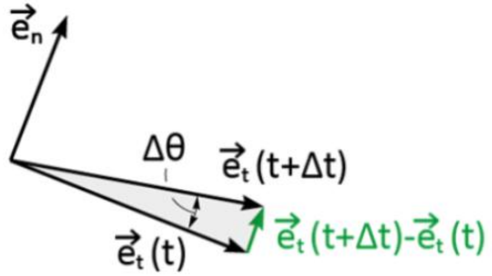
- Conclusie: $\vec{v}(t) = \frac{ds}{dt}\vec{e}_t = v\vec{e}_t$

Beweging op een kromme (2D)

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + v\frac{d\vec{e}_t}{dt}$$



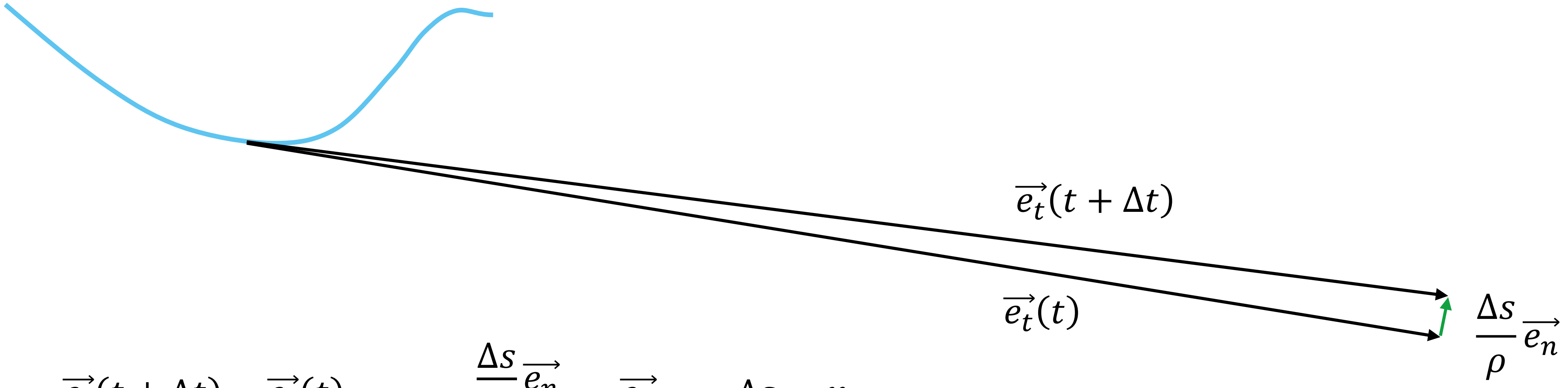


$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{e_t}) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{e_t}(t+\Delta t) - \overrightarrow{e_t}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\frac{\Delta s}{\rho}\overrightarrow{e_n}}{\Delta t}\right) = \frac{\overrightarrow{e_n}}{\rho}\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{\rho}\overrightarrow{e_n}$$

Beweging op een kromme (2D)

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten (vergroot)

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + v\frac{d\vec{e}_t}{dt}$$

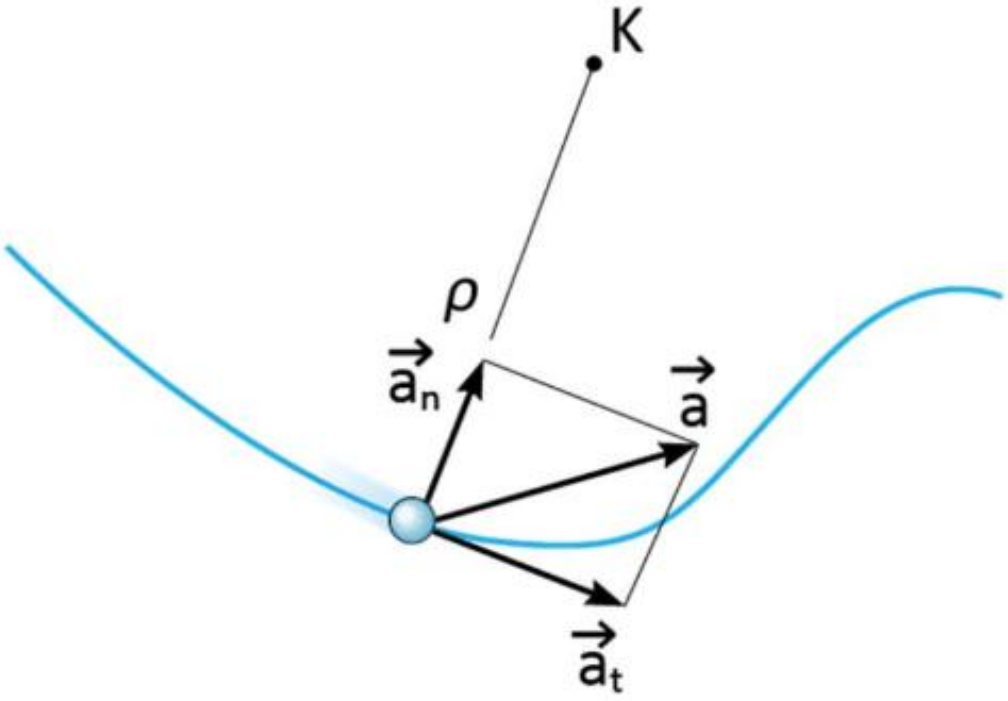


$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{e_t}) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{e_t}(t + \Delta t) - \overrightarrow{e_t}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\frac{\Delta s}{\rho}\overrightarrow{e_n}}{\Delta t}\right) = \frac{\overrightarrow{e_n}}{\rho} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{\rho}\overrightarrow{e_n}$$

Beweging op een kromme (2D)

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten

Conclusie: $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$

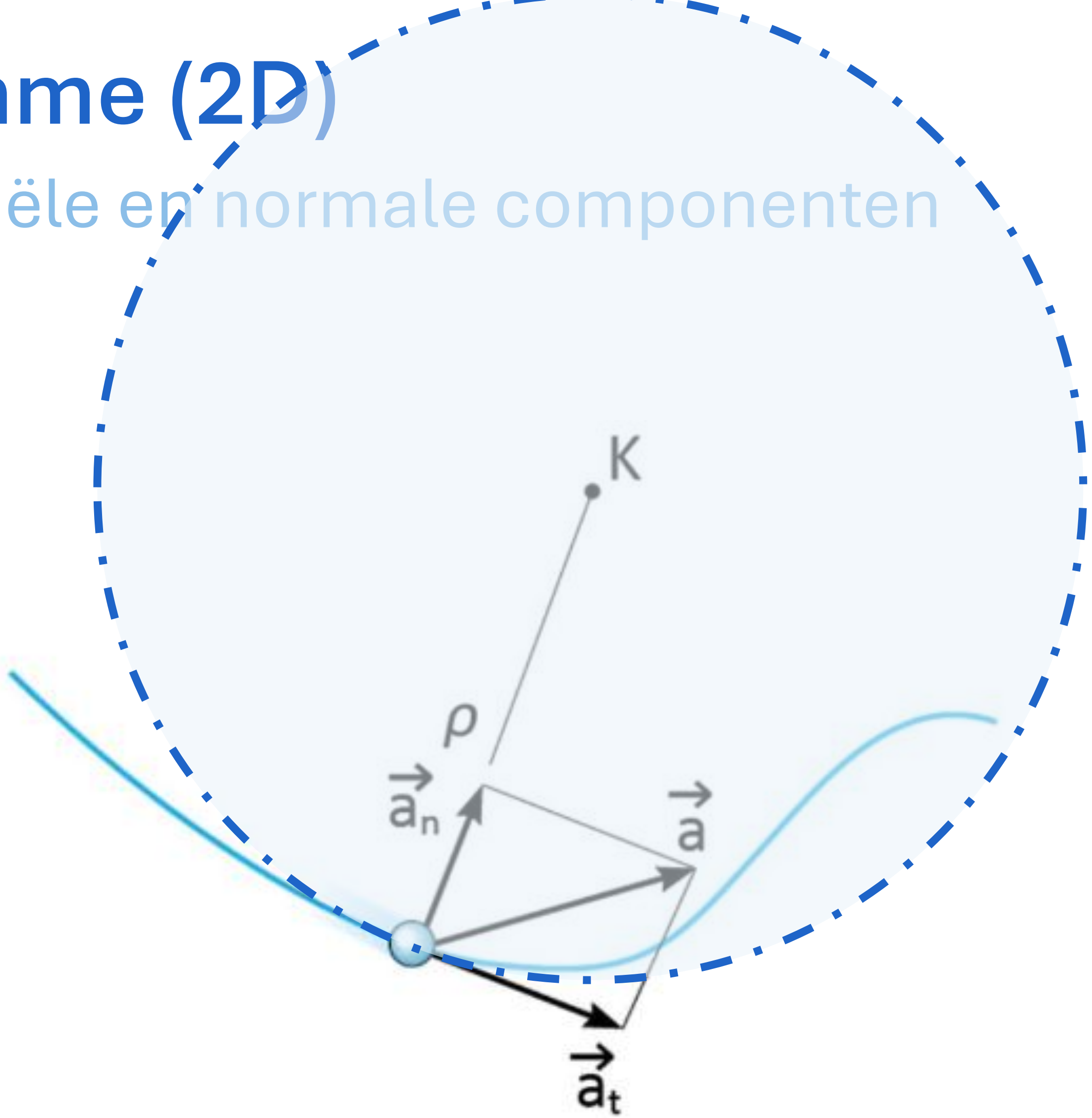


! Versnelling indien grootte EN/OF richting van de snelheid wijzigt !

Beweging op een kromme (2D)

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten

Conclusie: $\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$

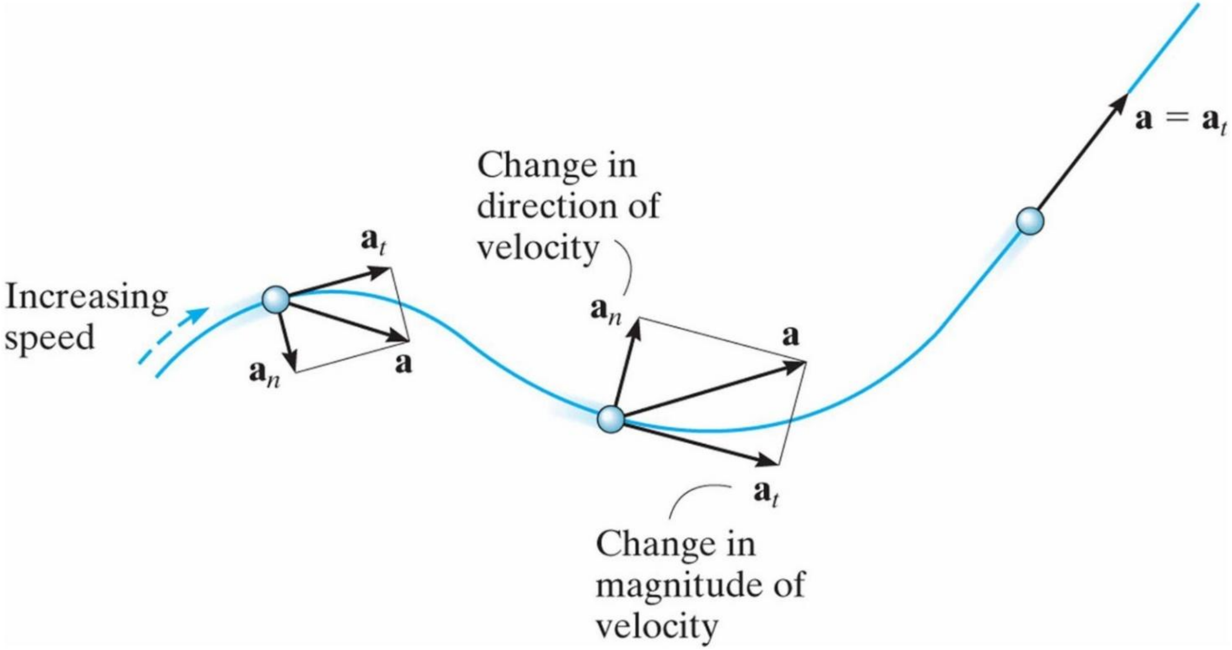


! Versnelling indien grootte EN/OF richting van de snelheid wijzigt !

Beweging op een kromme (2D)

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten

- Bij cirkelbaan?
- Bij rechte baan?

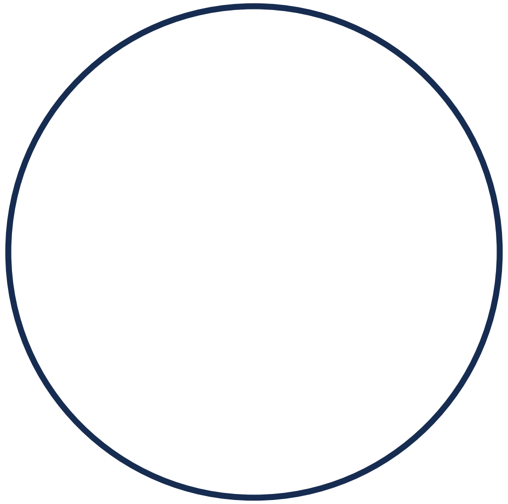


! Versnelling indien grootte EN/OF richting van de snelheid wijzigt !

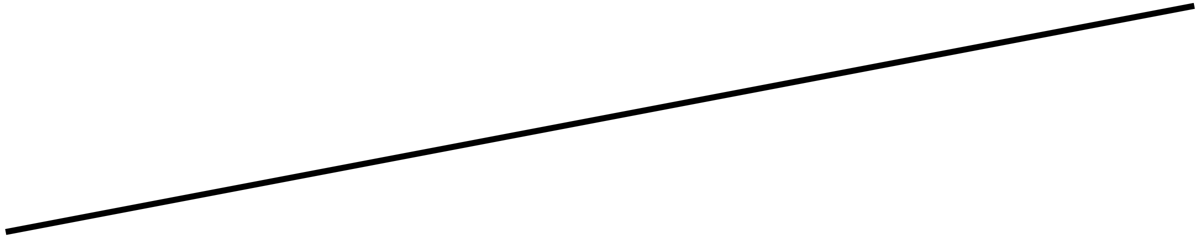
Beweging op een kromme (2D)

Speciale gevallen

- Bij cirkelbaan?



- Bij rechte baan?

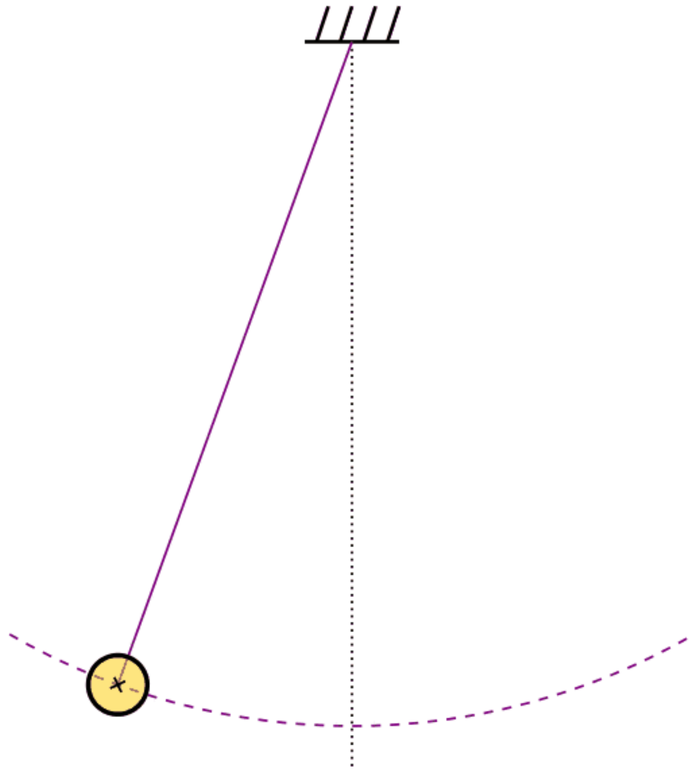


! Versnelling indien grootte EN/OF richting van de snelheid wijzigt !

Beweging op een kromme (2D)

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten

Mathematische slingerbeweging



! Versnelling indien grootte EN/OF richting van de snelheid wijzigt !

Beweging op een kromme (2D)

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten

door snelheidsgrootte die wijzigt

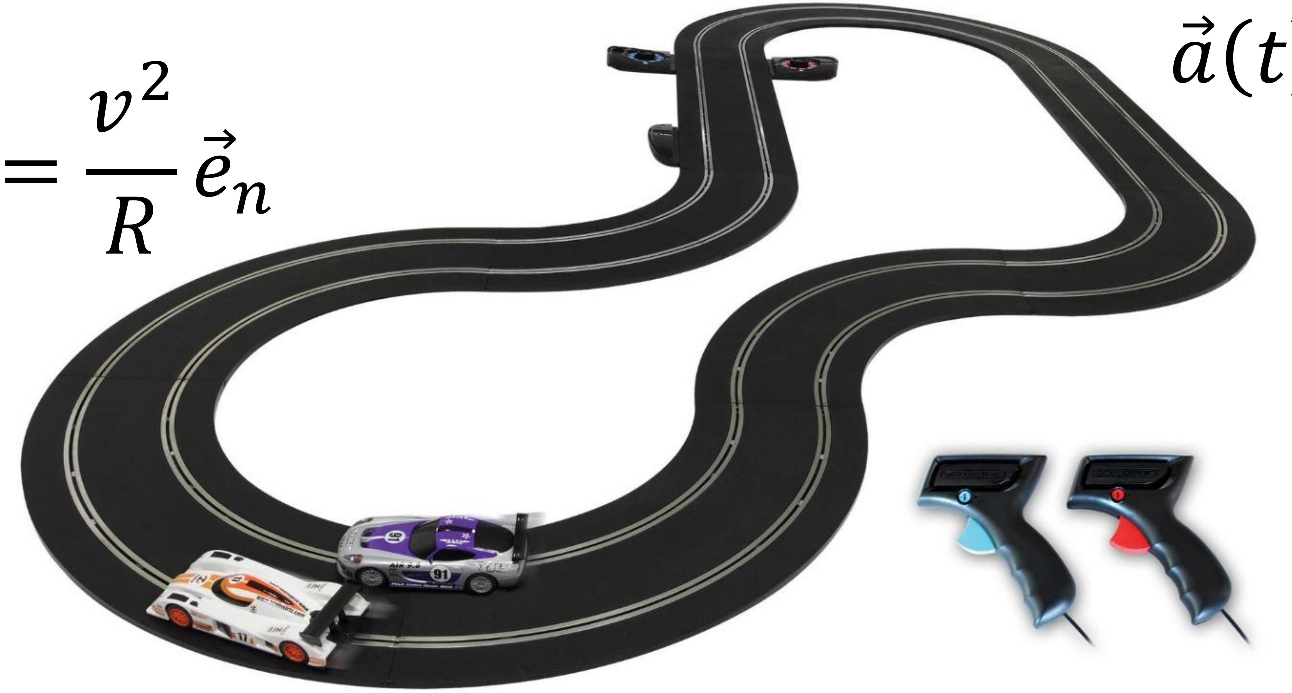
door snelheidsrichting die wijzigt

$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

Beweging op een kromme

Versnellingsvector in tangentiële en normale componenten

$$\vec{a}(t) = \frac{v^2}{R}\vec{e}_n$$



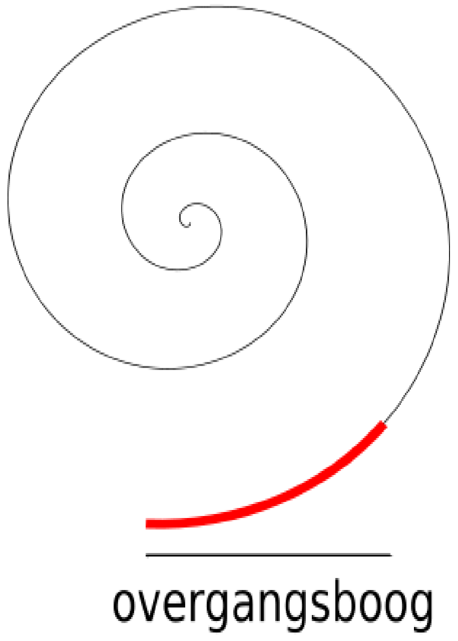
$$\vec{a}(t) = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t$$

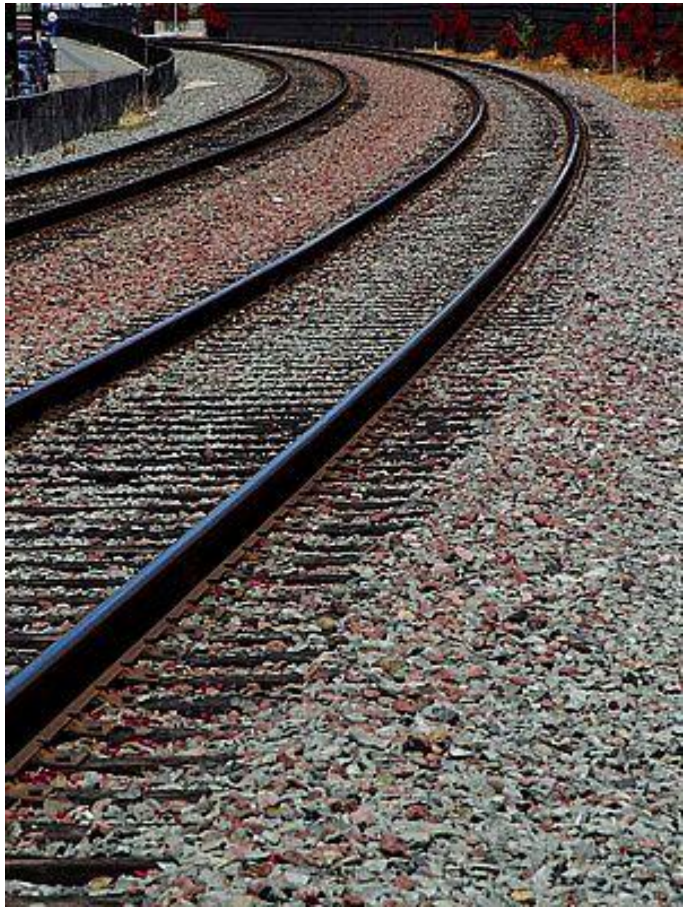
! Versnelling indien grootte EN/OF richting van de snelheid wijzigt !

Beweging op een kromme (2D)

Toepassing van overgangsboog in (spoor)wegenontwerp

- Spiraal van Cornu (clothoïde)
- Lemniscaat van Bernoulli
- …





Beweging op een kromme (2D)

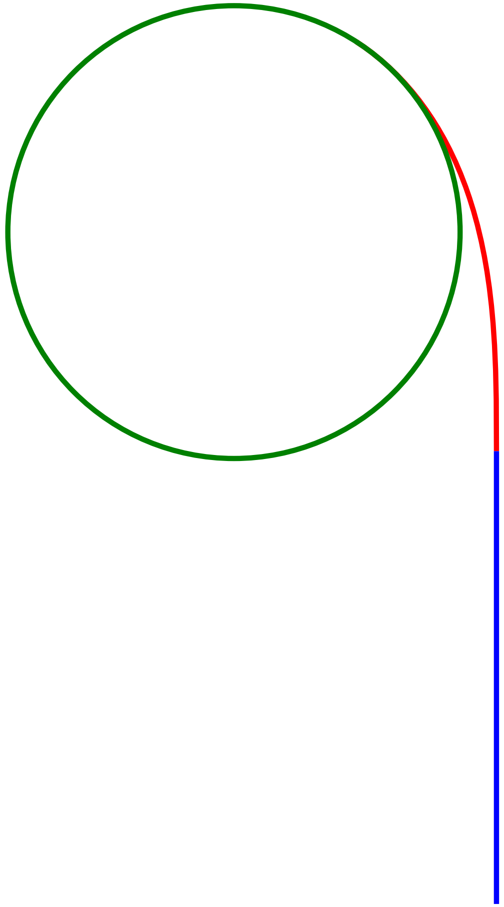
Toepassing van overgangsboog in (spoor)wegenontwerp

Beweging op een kromme (2D)

Toepassing van overgangsboog in (spoor)wegenontwerp

Doel: beperken van plotse wijziging in zijdelingse kracht

- Spiraal van Cornu (clothoïde)
- Lemniscaat van Bernoulli
- …

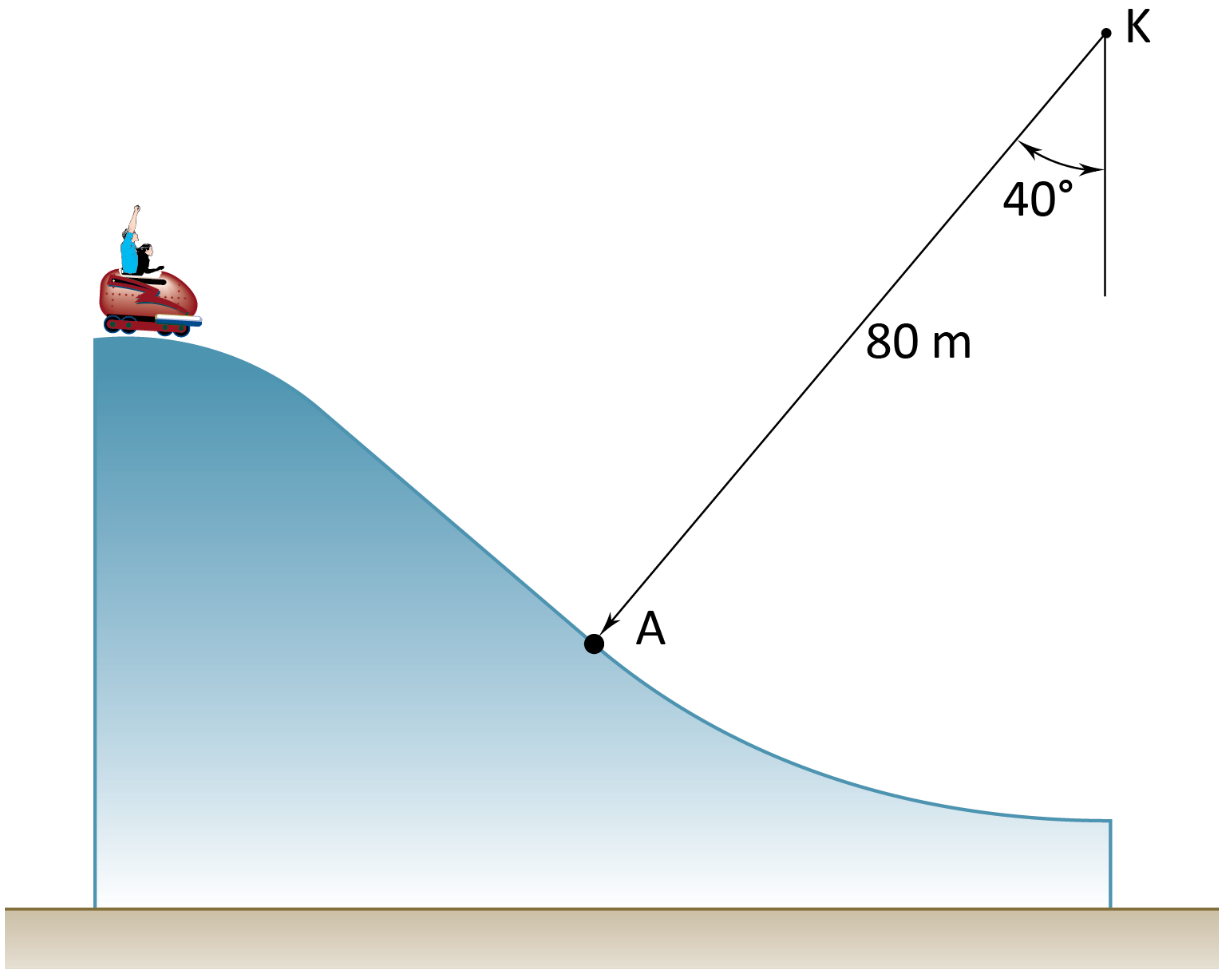


Beweging op een kromme (2D)

Toepassing bij rollercoasters

Voorbeeldoefening

Versnellingsvector

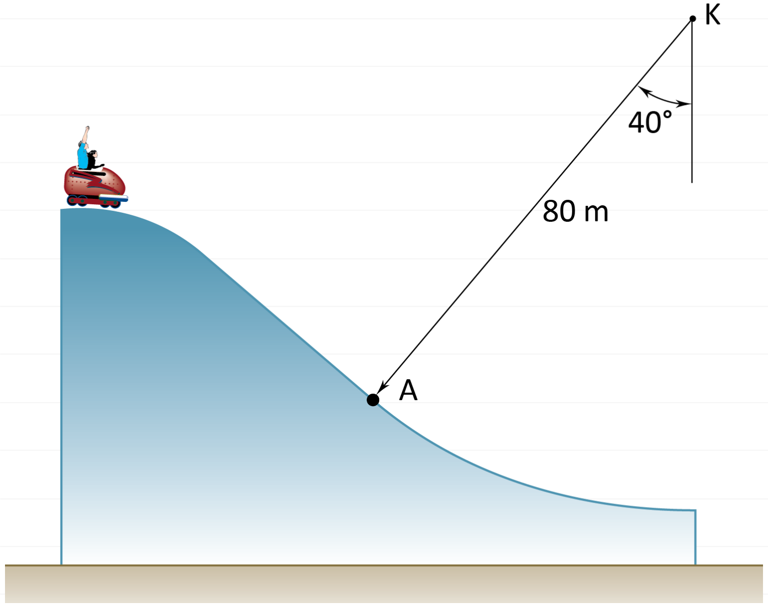


Een wagen bolt van een helling. Wanneer het punt A passeert, heeft het een snelheid van 15 m/s, terwijl zijn snelheid toeneemt met 2 m/s^2.

Bepaal de grootte en de ligging van de snelheidsvector en de versnellingsvector.

Voorbeeldoefening

Versnellingsvector



Een wagen bolt van een helling. Wanneer het punt A passeert, heeft het een snelheid van 15 m/s, terwijl zijn snelheid toeneemt met 2 m/s^2.

Bepaal de grootte en de ligging van de snelheidsvector en de versnellingsvector.

Overzicht

Deel 3/3

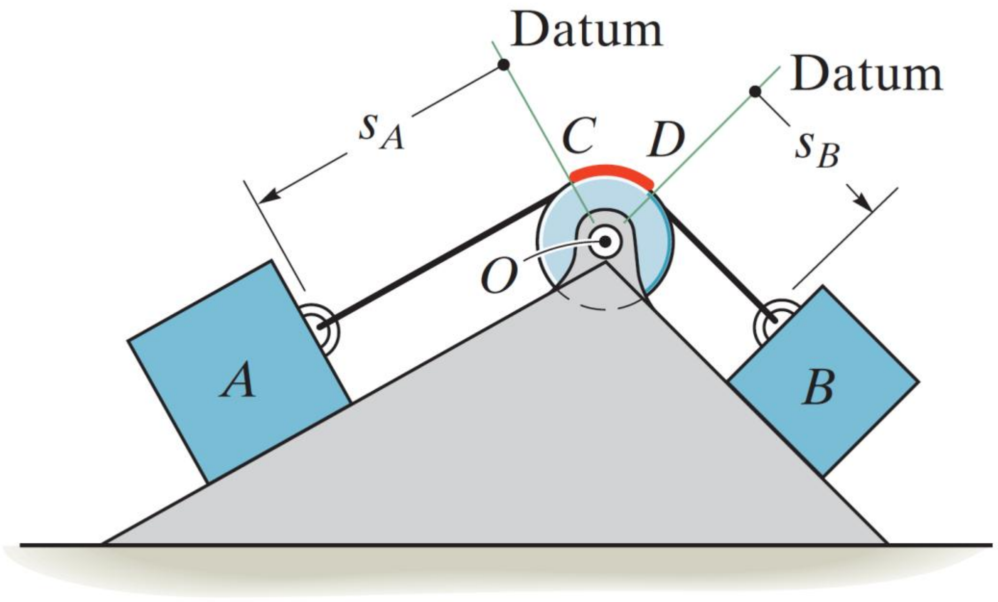
- Introduceren van basisgrootheden plaats, verplaatsing, snelheid en versnelling;
- Beschrijven van de beweging van een puntmassa op een rechte baan (1D);

- Beschrijven van de beweging van een puntmassa op een kromme baan (2D en 3D);
  - Cartesisch assenstelsel
  - Normaal en tangentieel assenstelsel

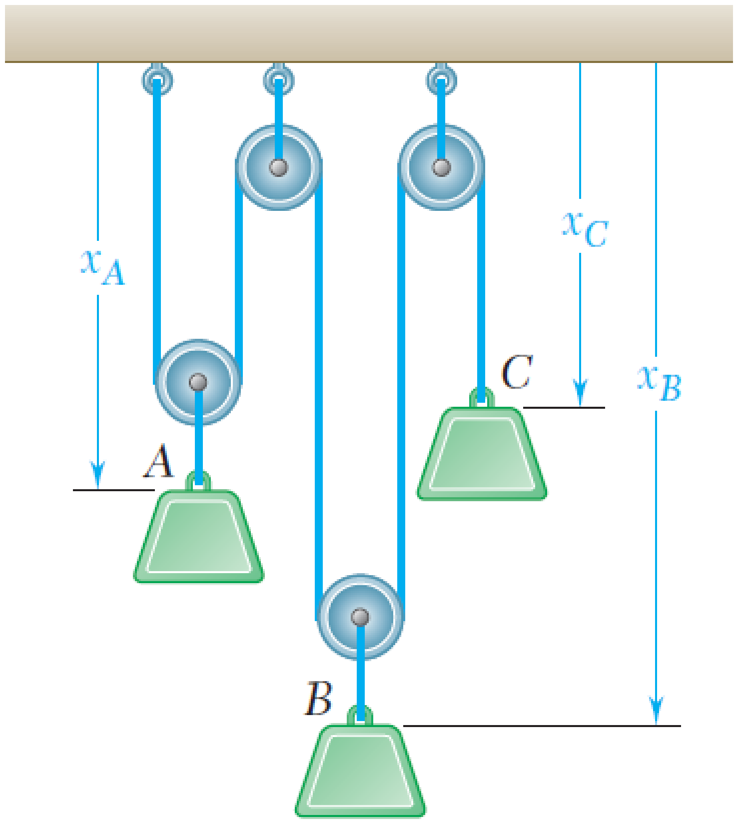
- Werken met gekoppelde en relatieve beweging

Gekoppelde (afhankelijke) beweging

Met één of twee vrijheidsgraden



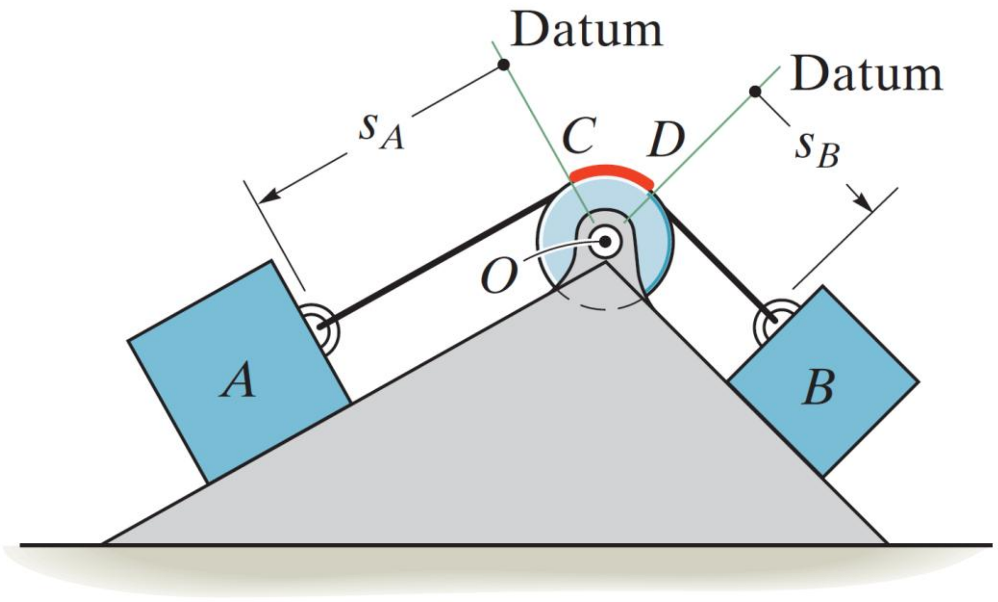
Één vrijheidsgraad



Twee vrijheidsgraden

Gekoppelde (afhankelijke) beweging

Met één of twee vrijheidsgraden



Één vrijheidsgraad

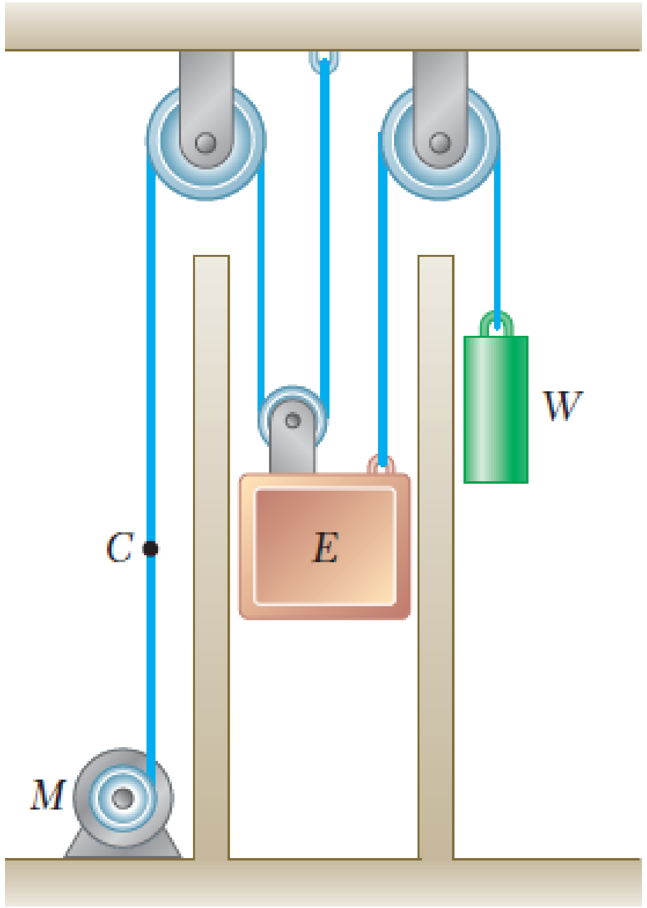
$$s_A + l_{CD} + s_B = l_T$$

$$\frac{ds_A}{dt} + \frac{ds_B}{dt} = 0$$

$$v_B = -v_A$$

Voorbeeldoefening

Gekoppelde (onderling afhankelijke) beweging



De kist E gaat naar beneden met 15 m/s.

Bepaal:

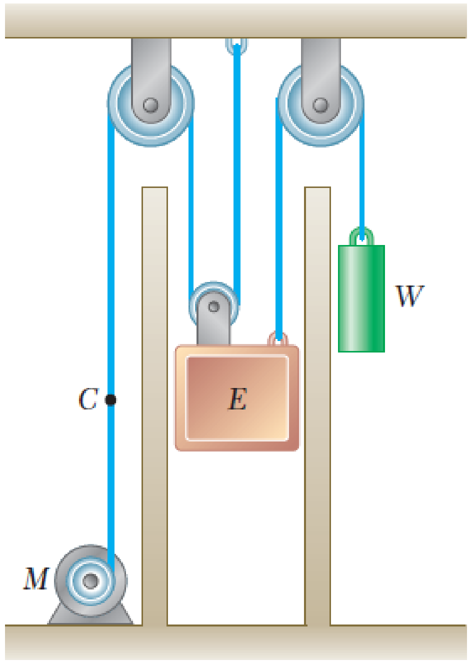
(a) de snelheid van kabel C

(b) de snelheid van het tegengewicht

(c) de relatieve snelheid van W ten opzichte van E

Voorbeeldoefening

Gekoppelde (onderling afhankelijke) beweging



De kist E gaat naar beneden met 15 m/s.

Bepaal:

(a) de snelheid van kabel C

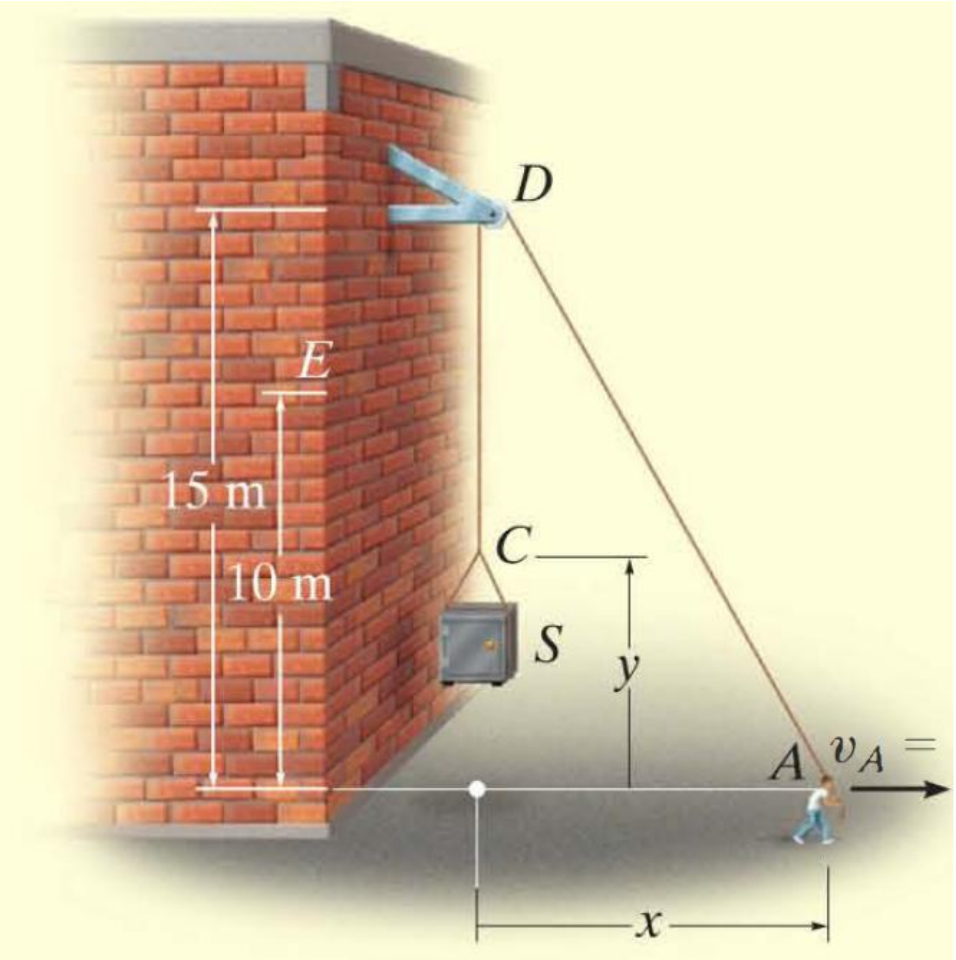
(b) de snelheid van het tegengewicht

(c) relatieve snelheid van W ten opzichte van E.

Antwoord: (a) 30 m/s (b) 15 m/s (c) 30 m/s

Voorbeeldoefening (Hibbeler 14de editie – S12-24)

Gekoppelde (afhankelijke) beweging

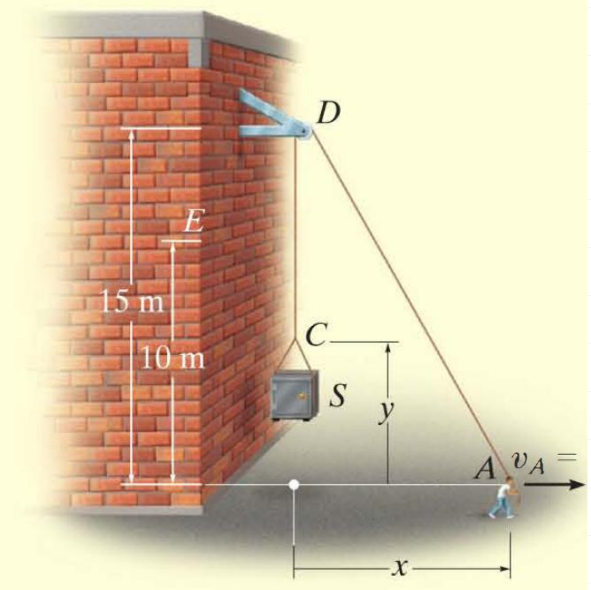


De man beweegt met een constante snelheid v_A = 0,5 m/s. Het touw is 30 m lang.

Bepaal de snelheid en de versnelling van kluis S wanneer deze zich op een hoogte van 10 m bevindt.

Voorbeeldoefening (Hibbeler 14de editie – S12-24)

Gekoppelde (afhankelijke) beweging



$$l = l_{DA} + l_{CD}$$
$$30 = \sqrt{(15)^2 + x^2} + (15 - y)$$
$$y = \sqrt{225 + x^2} - 15$$

$$v_S = \frac{dy}{dt} = \left[\frac{1}{2}\frac{2x}{\sqrt{225 + x^2}}\right]\frac{dx}{dt}$$
$$= \frac{x}{\sqrt{225 + x^2}} v_A$$

De man beweegt met een constante snelheid v_A = 0,5 m/s. Het touw is 30 m lang.

Bepaal de snelheid en de versnelling van kluis S wanneer deze zich op een hoogte van 10 m bevindt.

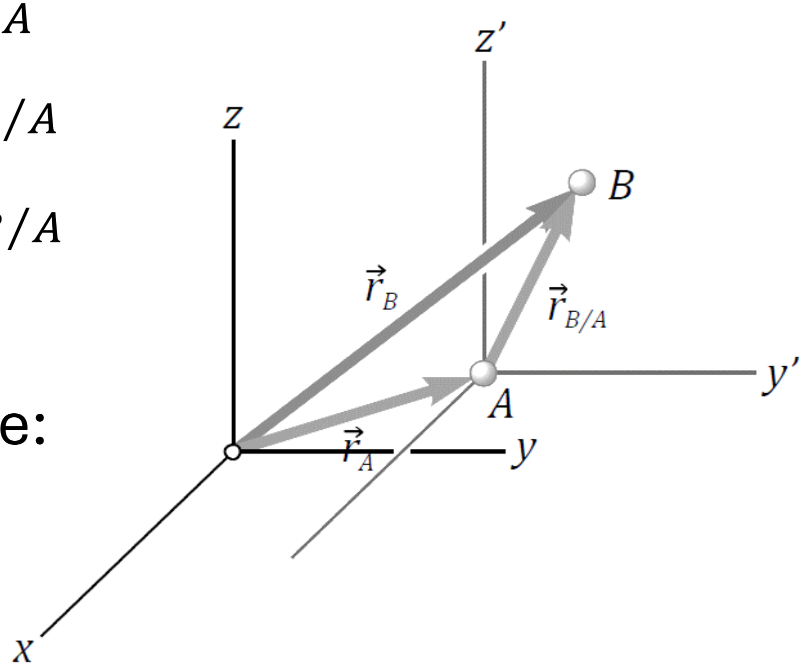
Antwoord: v_S = 0,4 m/s en a_S = 3,6 mm/s^2

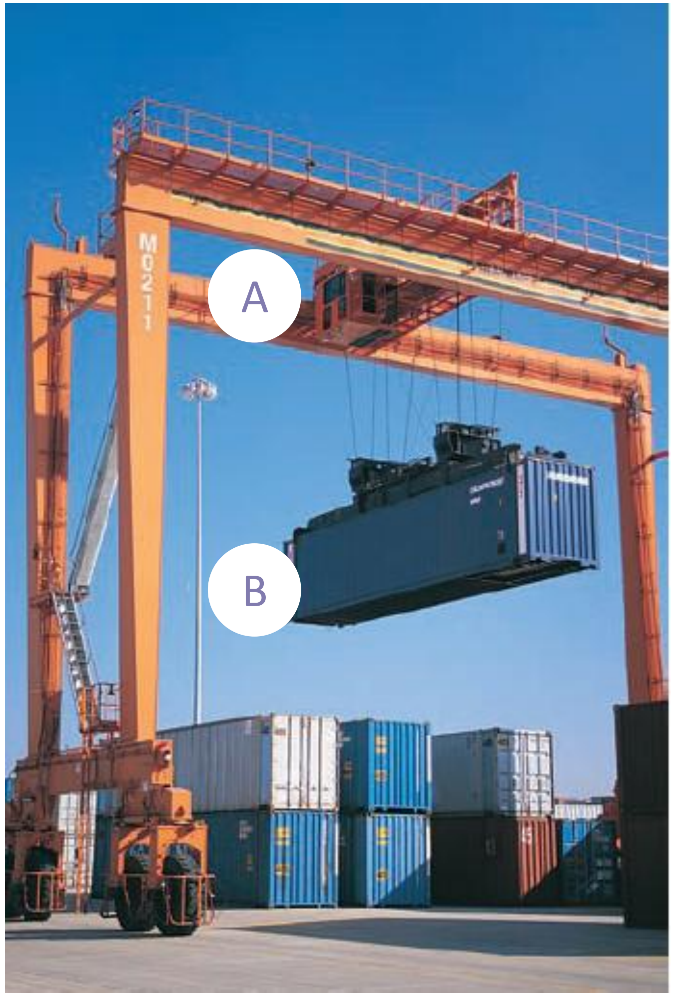
Relatieve beweging

via translerende assenstelsels

- Assenstelsel x’y’z’ beweegt mee met A

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$



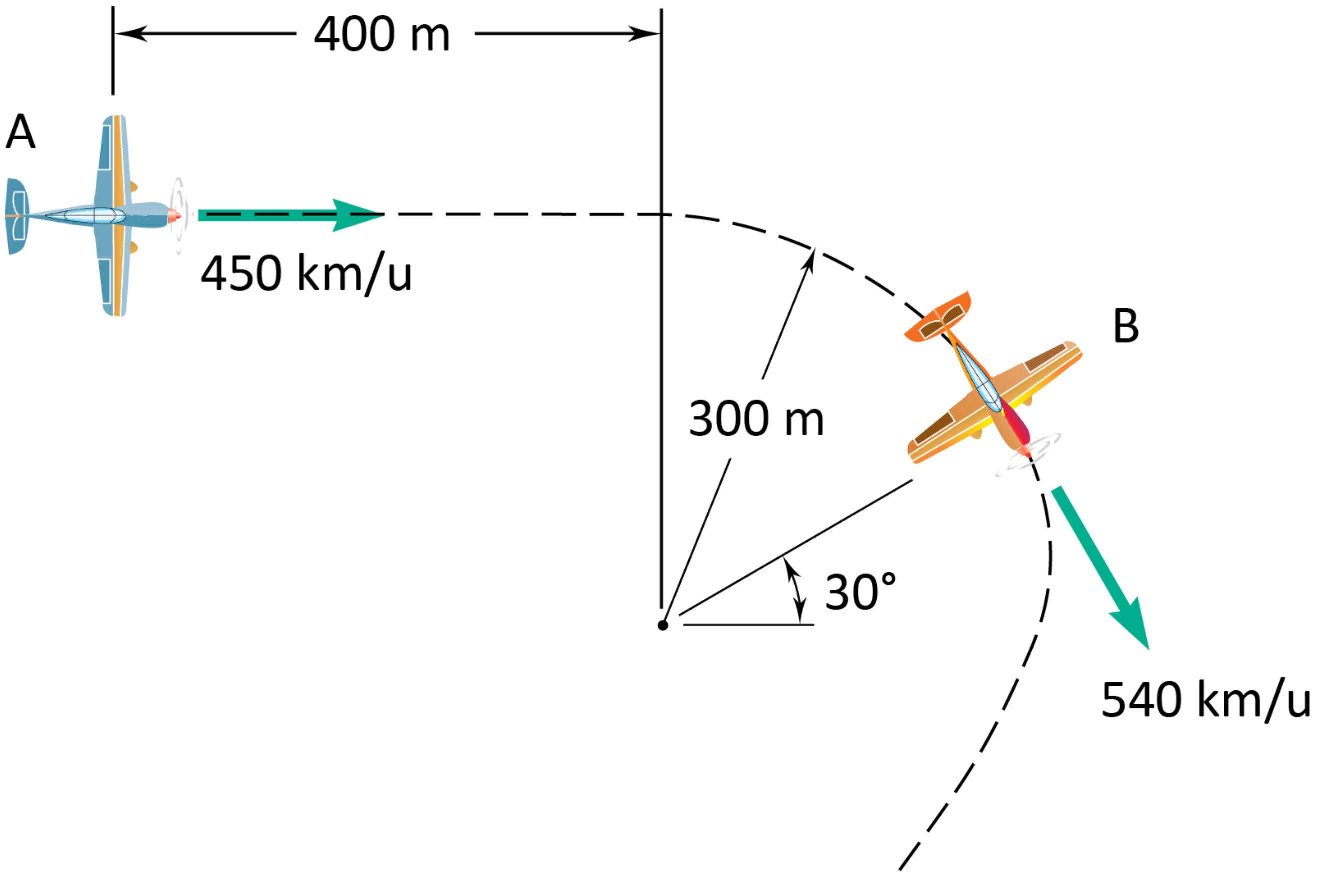


- Concrete oplossingsmethode:
  - Grafisch, of
  - Cartesisch

UNIVERSITEIT GENT

Voorbeeldoefening (Beer 10de editie – 11-142)

Relatieve snelheid en versnelling

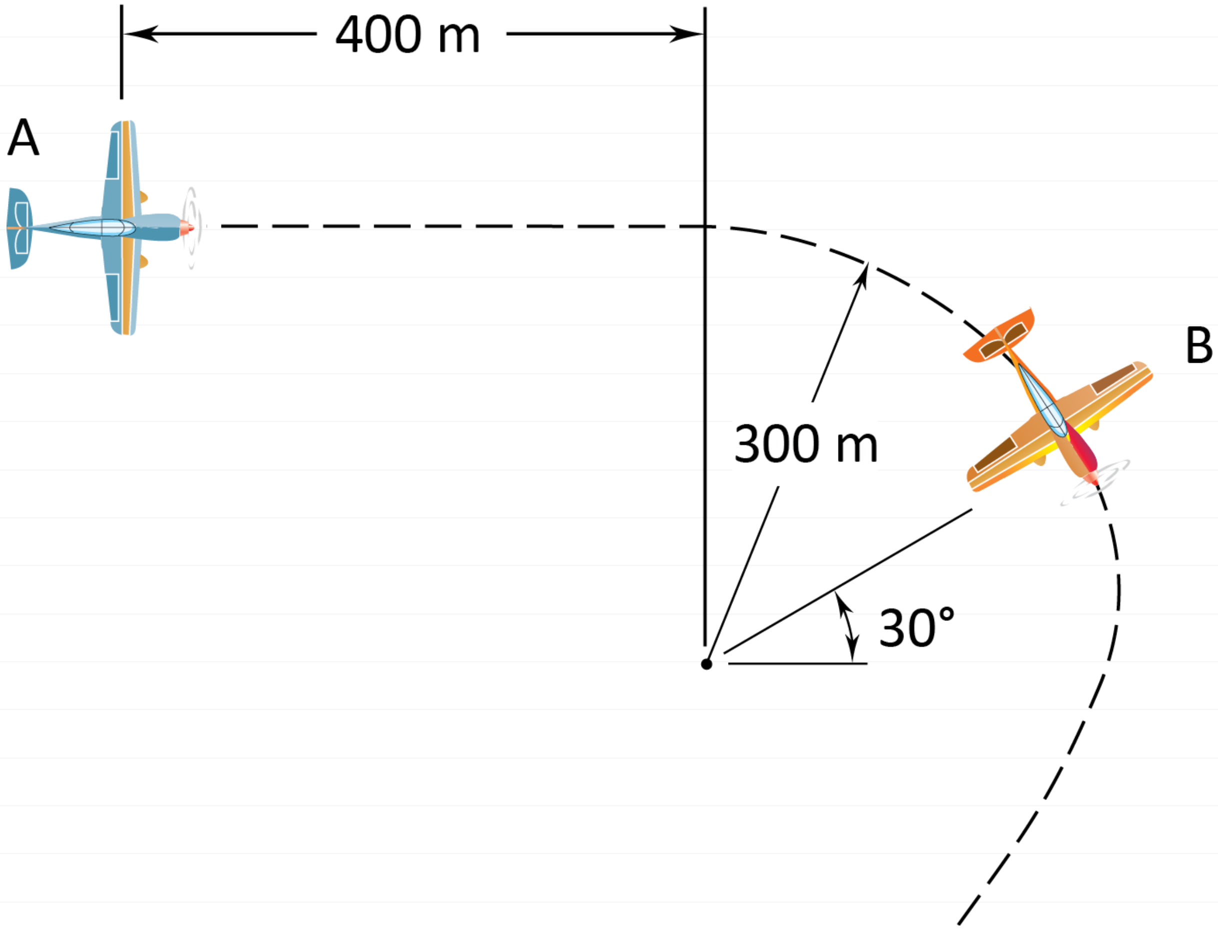


De snelheid van vliegtuig A neemt toe met 8 m/s^2. Vliegtuig B vliegt op dezelfde hoogte als A, in een cirkel met straal 300 m. Zijn snelheid neemt af met 3 m/s^2.

Bepaal de grootte van de snelheid en de versnelling van B ten opzichte van A.

Voorbeeldoefening (Beer 10de editie – 11-142)

Relatieve snelheid en versnelling



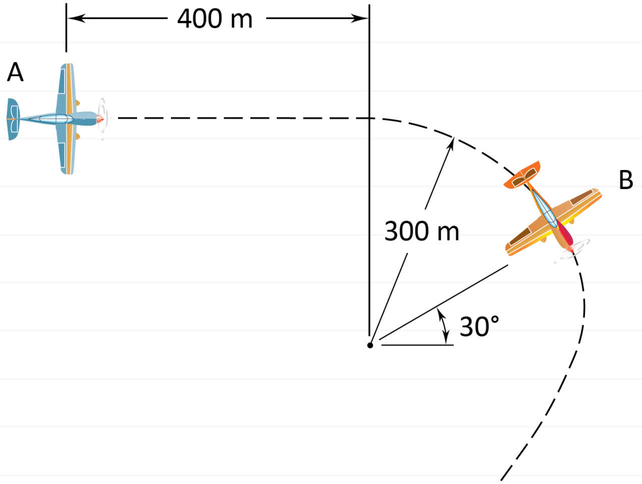
De snelheid van vliegtuig A neemt toe met 8 m/s^2. Vliegtuig B vliegt op dezelfde hoogte als A, in een cirkel met straal 300 m. Zijn snelheid neemt af met 3 m/s^2.

Bepaal de grootte van de snelheid en de versnelling van B ten opzichte van A.

$a_{B/A}$ = 82,2 m/s^2

Voorbeeldoefening (Beer 10de editie – 11-142)

Relatieve snelheid en versnelling



Versnelling van A:

Versnelling van B:

Versnelling van B t.o.v. A:

De snelheid van vliegtuig A neemt toe met 8 m/s^2. Vliegtuig B vliegt op dezelfde hoogte als A, in een cirkel met straal 300 m. Zijn snelheid neemt af met 3 m/s^2.

Bepaal de grootte van de snelheid en de versnelling van B ten opzichte van A.

$a_{B/A}$ = 82,2 m/s^2

Samenvatting

Van dit hoofdstuk

- Beweging op een rechte baan: ééndimensionaal
  - Geen vectoren nodig, enkel scalairen
  - Vaak voorkomend: EVRB (maar niet altijd…)
- Beweging op kromme baan: twee- of driedimensionaal
  - Snelheid: rakend aan de baan
  - Versnelling: niet rakend aan de baan
  - x en y: vaak bij projectielbeweging
  - t en n: indien vorm van de baan bekend (bv. bij cirkelbeweging)
- Twee (of meer) puntmassa’s
  - Gekoppelde (of onderling afhankelijke) beweging
  - Relatieve (of onderling <u>on</u>afhankelijke) beweging