herhaling

$$\underset{4\times 4}{M} = \left(\begin{array}{c|c} A & T \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right), \quad P = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \hline 1 \end{pmatrix}, \quad P' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ \hline 1 \end{pmatrix}$$

dan: $\boxed{P' = MP}$ voorstelling in genormaliseerde homogene coörd^n

dus:

- stel α inverteerbaar
  dan $P = M^{-1} P'$, dus $\alpha^{-1} \leftrightarrow M^{-1}$

  merk op:
  M inverteerbaar $\Leftrightarrow$ A inverteerbaar

- stel

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_1 : P' = M_1 P \\ \alpha_2 : P'' = M_2 P' \end{array}\right\} \quad \alpha_2 \circ \alpha_1 : \boxed{P'' = (M_2 M_1) P}$$

van rechts naar links

<u>toepassing op</u>: $R_{\alpha,(a,b)}$

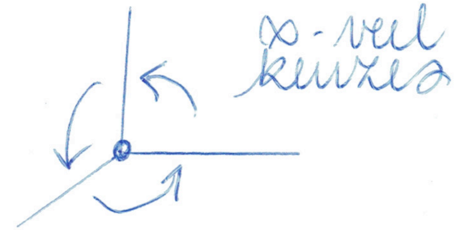
$$R_{\alpha,(a,b)} = T_{(a,b)} \circ R_{\alpha,0} \circ T_{(-a,-b)}$$

<u>DUS</u>

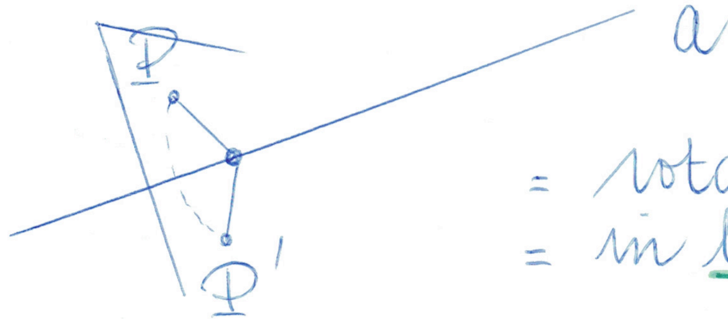
$$M = \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cc|c} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -a \\ 0 & 1 & -b \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$= \ldots$ (zie Maple) : KLOPT!

? <u>wat in 3D</u>



rotaties niet langer om een punt
wel : om een rechte

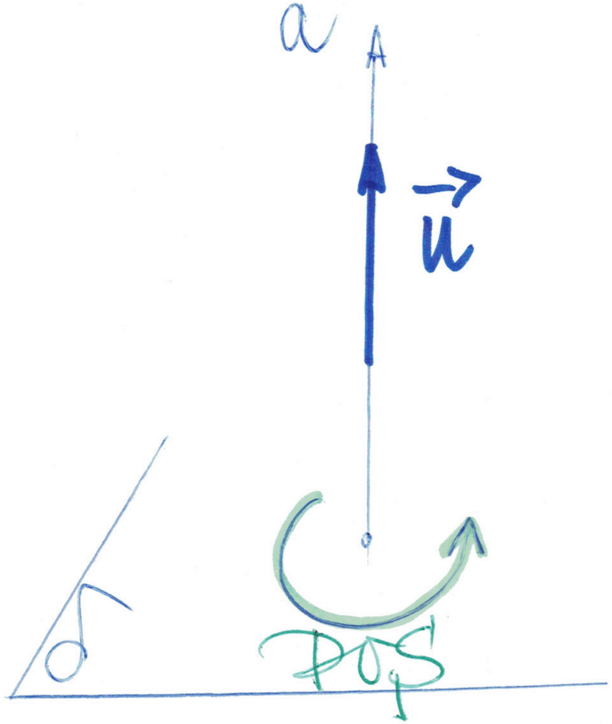


= rotatie om rechte a
= in <u>loodvlakken</u> op a

wat is <u>positieve draaizin</u> ?

tegenwijzerzin in het loodvlak
van "bovenaf" bekeken
volgens doorloopzin van de rechte

bepaald door
zin v/d gekozen richtingsvector

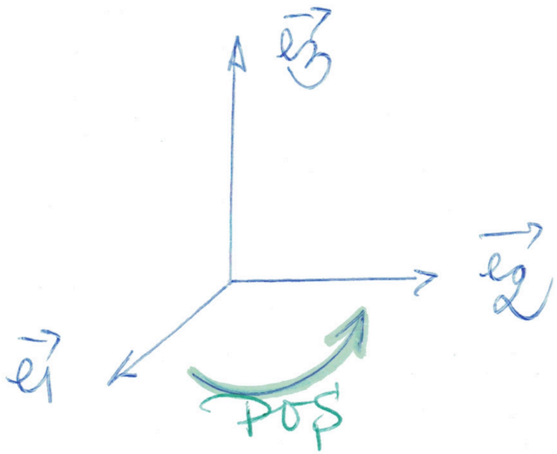


<u>idee</u>

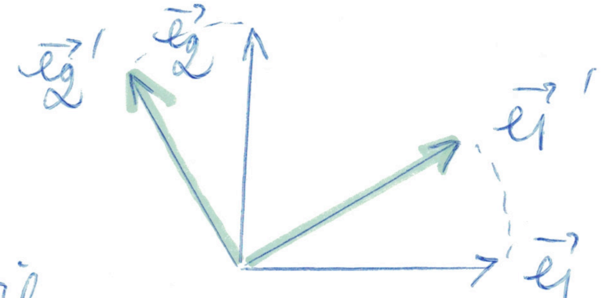
- $\underset{POS}{a}$ → $\underset{POS}{\text{coörd}^n\text{-as}}$
- draaien om coörd^n-as
- terugplaatsen

<u>Dus</u> eerst:
rotatie om X, Y en Z-as → matrices opstellen

VB 1 : rotatie om de Z-as



2D situatie $\longrightarrow$



gewone rotatie om O in xy-vlak

rotatie in xy

$$R_{z,\alpha} = \left(\begin{array}{ccc|c} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

$\vec{e_3}' = \vec{e_3}$

$O' = O$

tf-formules

$$\begin{cases} x' = \cos(\alpha)\, x - \sin(\alpha)\, y \\ y' = \sin(\alpha)\, x + \cos(\alpha)\, y \\ z' = z \end{cases}$$

x', y': **rotatie in xy over $+\alpha$**

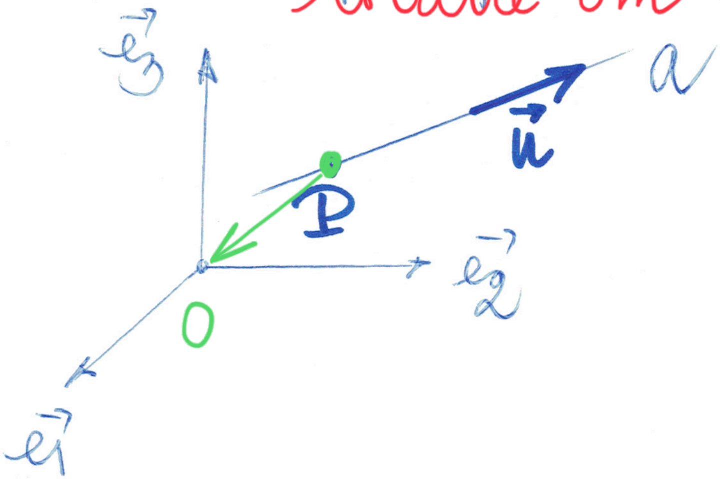
$z' = z$ → **vaste hoogte**

VB 2, VB 3 : om Y-as, om X-as ? (→ oef)

ALG

enkel ideeën
specifieke uitwerking zie oef.

rotatie om a over α in pos. zin



- geg: $P \in a$, (p_1, p_2, p_3)
  $\vec{u} \parallel a$
  $= (u_1, u_2, u_3)$ bepaalt pos. doorloopzin $(u_1, u_2, u_3 > 0)$
- gevr: roteren om a over $+\alpha$

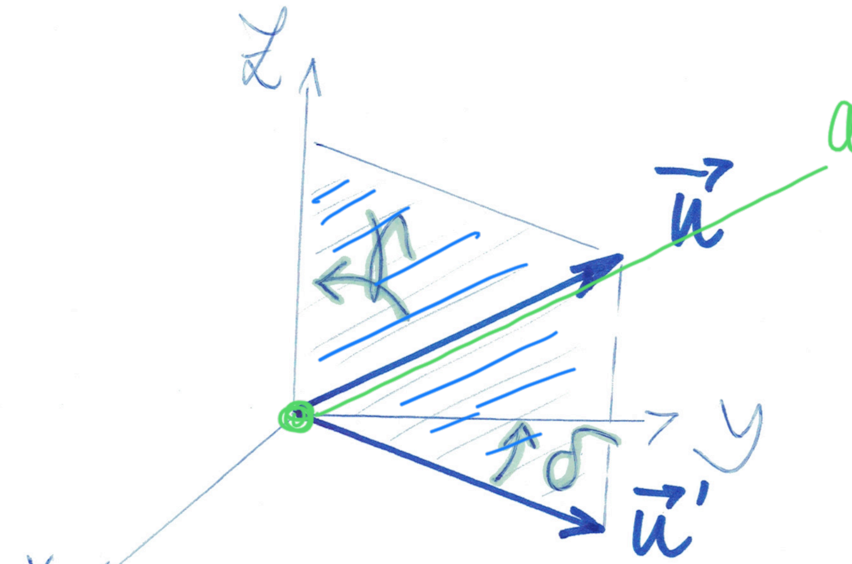
STAD 1

$a \rightarrow Z$-as
pos $\rightarrow$ pos

- $T_{-\vec{OP}} = \vec{PO}$
- $R_{Z,+\delta}$
- $R_{X,+\gamma}$

? bepalen

$\delta = (\vec{u}', \vec{e_2})^\wedge$
$\gamma = (\vec{u}, \vec{e_3})^\wedge$



$=$ proj op XY

STAP 2 $R_{z,+\alpha}$ = doen wat gevraagd is in nieuwe positie

STAP 3 terugplaatsen naar oude positie

- $R_{x,-\gamma}$
- $R_{z,-\delta}$
- $T_{\vec{OP}}$

} alle inverse bewegingen in omgekeerde volgorde

alles samen

$$M = \underbrace{\left(T_{\vec{OP}}\, R_{z,-\delta}\, R_{x,-\gamma}\right)}_{= M_0^{-1}}\; R_{z,\alpha}\; \underbrace{\left(R_{x,\gamma}\, R_{z,\delta}\, T_{-\vec{OP}}\right)}_{= M_0}$$