Bordoefeningenles: dubbel- en drievoudige integralen

1. Onderstel dat het integrandum f continu is in een gebied dat het integratiedomein omvat. Keer telkens de integratievolgorde om.
   - $\int_0^1 dx \int_x^{2-x} f(x,y)dy$
   - $\int_0^2 dy \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$
   - $\int_1^4 dy \int_{\sqrt{y-1}}^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$
   - $\int_0^{\pi} dx \int_{-\sin\frac{x}{2}}^{\sin x} f(x,y)dy$
2. Bereken in cilindercoördinaten
$$I = \int_0^{\frac{3}{\sqrt{2}}} dy \int_0^{\sqrt{9-y^2}} dx \int_0^{\frac{x^2-y^2}{3}} \sqrt{x^2+y^2}dz$$
3. Bepaal het volume van het lichaam gelegen
   - binnenin de cilinder $x^2+y^2=2x$
   - onder de kegel $x^2+y^2=3z^2$
   - en boven het XY-vlak.

   Visualiseer het integratiegebied!
4. Bereken in sferische coördinaten het volume en het massamiddelpunt van het lichaam ingesloten tussen
   - de kegel $x^2+y^2=z^2$
   - de sfeer $x^2+y^2+(z-a)^2=a^2$

   en dat het punt $(0,0,a)$ bevat.
5. Bereken in sferische coördinaten en in cilindercoördinaten het volume van het lichaam ingesloten tussen

- de hyperboloïde $x^2 + y^2 - z^2 = b^2$
- de sfeer $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

en dat de oorsprong bevat. Hierbij is ondersteld dat $a > b > 0$.

6. Gegeven zijn de oppervlakken
$$4z = x^2 + y^2$$
en
$$x^2 + y^2 + z^2 = 12.$$
Beschouw het homogeen lichaam ingesloten tussen deze twee oppervlakken en het XY-vlak, en bereken in cilinder-, alsook in sferische coördinaten:

   - het volume van het lichaam
   - het massamiddelpunt van het lichaam.