

Inhoudsopgave

Voorwoord	i
Inhoudsopgave	iii
1 Verzamelingen en relaties	1
1.1 De basisnotaties	1
1.2 Relaties	4
1.2.1 Basisdefinities	4
1.2.2 Bijzondere relaties	6
1.2.3 Equivalentierelaties	8
2 Getallen tellen	11
2.1 De gehele getallen	11
2.1.1 Inleiding	11
2.1.2 De optelling en de vermenigvuldiging	13
2.1.3 De ordening van de gehele getallen	14
2.1.4 Het axioma van de goede ordening	15
2.2 Recursieve definities	16
2.3 Het inductieprincipe	18
2.4 Het ladenprincipe van Dirichlet	21
2.5 Eindige en oneindige verzamelingen	22
2.5.1 Definities	22
2.5.2 Aftelbare en overaftelbare verzamelingen	23
2.5.3 Voorbeelden	23
2.6 Het vereenvoudigd somprincipe	26
2.7 Het productprincipe	27
2.8 Het eenvoudig inclusie-exclusie principe	29
2.9 Combinatieleer	30
2.9.1 Variaties	30
2.9.2 Combinaties	32
2.9.3 Herhalingsvariaties	34

2.9.4	Herhalingscombinaties	35
2.10	Toepassingen op combinatieleer	36
2.10.1	Het aantal deelverzamelingen van een verzameling . . .	36
2.10.2	Het binomium van Newton	37
2.10.3	Het (veralgemeend) inclusie-exclusie principe	38
2.10.4	Permutaties zonder fixelementen: wanorde	40
2.11	De Stirling getallen	43
2.12	De multinomiaalgetallen	44
3	Discrete probabiliteit	49
3.1	Toevalsgebeurtenissen	50
3.2	Unies en doorsneden	55
3.3	Voorwaardelijke kans	58
3.4	Onafhankelijkheid van gebeurtenissen	63
3.5	Betrouwbaarheid van netwerken	66
3.6	Toevalsveranderlijken	68
3.6.1	Discrete toevalsveranderlijken	68
3.6.2	Bijzondere discrete toevalsveranderlijken	70
3.6.3	Verwachtingswaarde en variantie	72
4	Voortbrengende functies	79
4.1	Formele machtreeksen	79
4.1.1	Inleiding	79
4.1.2	Som en product van formele machtreeksen	80
4.2	Gewone voortbrengende functies	84
4.2.1	Definities en voorbeelden	84
4.2.2	De voortbrengende functie voor de herhalingscombinaties	89
4.2.3	Het aantal partities van een natuurlijk getal	91
4.3	Exponentieel voortbrengende functies	92
5	Recurrente betrekkingen	99
5.1	Definitie	99
5.2	Lineaire recurrente betrekkingen met constante coëfficiënten	100
5.2.1	Definitie	100
5.2.2	Homogene lineaire recurrente betrekkingen	101
5.2.3	Niet-homogene lineaire recurrente betrekkingen	106
5.3	Recurrente betrekkingen en voortbrengende functies	111
5.4	Zuinig en onzuinig sorteren	112

6	Getaltheorie	115
6.1	Basisbegrippen	115
6.1.1	Deelbaarheid	115
6.1.2	Priemgetallen	117
6.1.3	Ontbinden in priemfactoren	117
6.2	Grootste gemene deler en kleinste gemeen veelvoud	118
6.3	De Euler functie	124
7	Modulo rekenen	127
7.1	Congruenties	127
7.2	Optelling en vermenigvuldiging in $\mathbb{Z}/m$	129
7.3	Inverteerbare elementen in $\mathbb{Z}/m$	130
7.4	Lineaire congruenties	133
7.5	Stelsels lineaire congruenties	135
8	Groepen, ringen, lichamen en velden	141
8.1	Groepen	141
8.2	Ringen	144
8.2.1	Definities	144
8.2.2	Inverteerbare elementen van een ring	145
8.3	Lichamen en velden	146
8.4	Veeltermringen	147
8.4.1	Definitie	147
8.4.2	Het delingsalgoritme voor veeltermen	149
8.4.3	Het algoritme van Euclides voor veeltermen	150
8.4.4	Ontbinden in factoren	152