

FACULTEIT WETENSCHAPPEN CENTRUM VOOR X-STRALENTOMOGRAFIE

MECHANICA HOOFDSTUK 9

Prof. Matthieu Boone

UNIVERSITEIT GENT **IMPULS**


IMPULS

- Definitie: $\bar{p} = m\bar{v}$
 $[p] = \text{kg} \cdot \text{m/s} = \text{N} \cdot \text{s}$
- "hoeveelheid beweging"
- 2^e wet van Newton: $\sum \bar{F} = m\bar{a}$

UNIVERSITEIT GENT

IMPULS - KRACHT

- Meer algemene definitie van 2^e wet!
(waarom?)
 $\sum \bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt}$



UNIVERSITEIT GENT

WATERSTRAAL

- Debiet: 1.5 kg/s

$$\begin{aligned}
 F_{\text{gem}} &= \frac{\Delta p}{\Delta t} \\
 &= \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} \\
 &= \frac{0 - 1.5 \cdot 20}{\Delta t} \\
 &= -30 \text{ N}
 \end{aligned}$$



- Kracht van auto op water (!)



Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

TENNISOPLAG

- Wat is de (gemiddelde) kracht tijdens opslag?

$$\begin{aligned}
 F_{\text{gem}} &= \frac{\Delta p}{\Delta t} \\
 &= \frac{mv_2 - mv_1}{\Delta t} \\
 &= \frac{(0.060 \text{ kg})(55 \text{ m/s}) - 0}{0.004 \text{ s}} \\
 &\approx 800 \text{ N}
 \end{aligned}$$



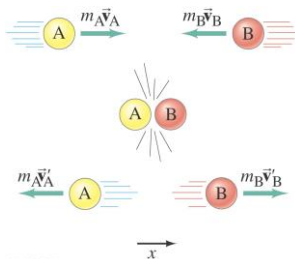
- Grote onbekende: tijd!



BEHOUD VAN IMPULS

- Experimenteel (geen externe krachten)

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$



BEHOUD VAN IMPULS

– 2^e wet van newton

$$\vec{F}_{AB} = \vec{F} = \frac{d\vec{p}_B}{dt}$$

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F} = \frac{d\vec{p}_A}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{p}_A + \vec{p}_B = c^e$$

UNIVERSITEIT GENT

BEHOUD VAN IMPULS

– Algemeen voor meerdere voorwerpen:

$$\vec{p} = \sum \vec{p}_i$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum \vec{F}_i$$

– Wet van behoud van impuls

– Geïsoleerd systeem: totale impuls constant!

UNIVERSITEIT GENT

BEHOUD VAN IMPULS

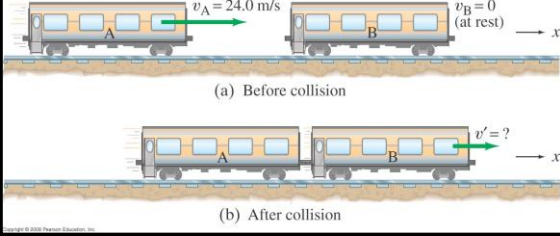
$v = 10.0 \text{ m/s}$

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc.

UNIVERSITEIT GENT

TREINBOTSING

- Geen uitwendige krachten
- Wagons gaan samen verder

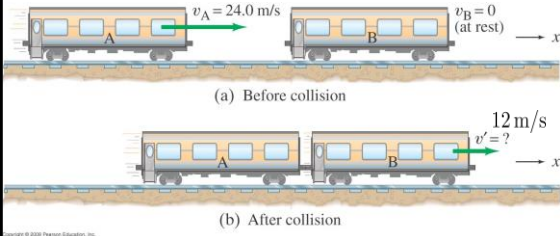


TREINBOTSING

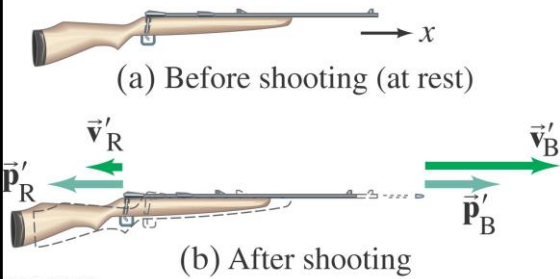
$$p_b = p_e$$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$m_A v_A = (m_A + m_B) v'$$



TERUGSLAG GEWEER



$$v'_R = -\frac{m_B v'_B}{m_R}$$



BOTSINGEN EN 'STOOT'

- Berekening tennisopslag: tijdsduur nodig
- Vaak *impulsieve* kracht: korte Δt

$$d\vec{p} = \vec{F}dt$$

- Definitie 'stoot'

$$\Delta\vec{p} = \int_{t_b}^{t_e} \vec{F}dt$$



STOOT: KARATESLAG

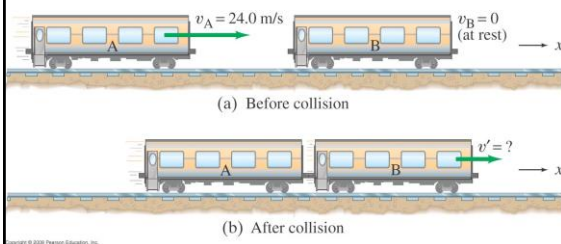
$$F_{\text{gem}} = \frac{J}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_{\text{gem}}} = \frac{1 \text{ cm}}{5 \text{ m/s}}$$



BEHOUDSWETTEN

- Wat klopt er niet?



BEHOUDWETTEN

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| <i>Elastische botsing</i> | <i>Niet-elastische botsing</i> |
| – Impuls behouden | – Impuls behouden |
| – Kinetische energie behouden | – <i>Energie</i> behouden |



UNIVERSITEIT GENT

ELASTISCHE BOTSING (1D)

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

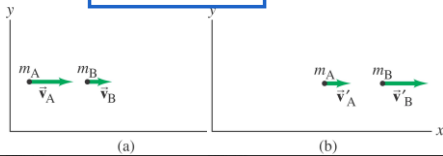
$$\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B$$

$$m_A (v_A - v'_A) = m_B (v_B - v'_B)$$

$$m_A (v_A - v'_A)(v_A + v'_A) = m_B (v_B - v'_B)(v_B + v'_B)$$

$$v_A + v'_A = v_B + v'_B$$

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A$$



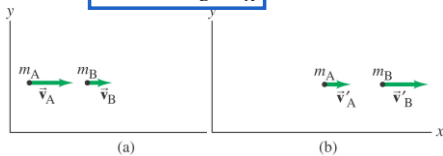
UNIVERSITEIT GENT

ELASTISCHE BOTSING (1D)

Frontale elastische botsing in 1D:
Relatieve snelheid van 2 voorwerpen heft dezelfde grootte (maar tegengestelde zin)

$$v_A + v'_A = v_B + v'_B$$

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A$$



UNIVERSITEIT GENT

ELASTISCHE BOTSING (1D)

- Speciaal geval: gelijke massa's $m_A = m_B$

$$m(v_A + v_B) = m(v'_A + v'_B)$$

$$v_A - v_B = v'_B - v'_A$$

- Speciaal speciaal geval: $v_B = 0$

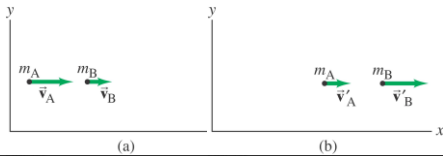
ELASTISCHE BOTSING (1D)

- Speciaal geval: $v_B = 0$ ($m_A \neq m_B$)

$$m_A(v_A - v'_A) = m_B v'_B \quad v'_A = v_A \left(\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \right)$$

$$v_A = v'_B - v'_A \quad v'_B = v_A \left(\frac{2m_A}{m_A + m_B} \right)$$

- Controleer zelf voor speciaal geval $m_A = m_B$



ELASTISCHE BOTSING (1D)

- Speciaal geval: $v_B = 0$ ($m_A \neq m_B$)

- Wat bij $m_A \ll m_B$?

- En bij $m_A \gg m_B$?



NIET-ELASTISCHE BOTSINGEN

- Meeste macroscopische botsingen
- *Kinetische* energie niet behouden
 - Verloren in potentiële, thermische, ... energie
 - Gekregen van potentiële, chemische, ... Energie
- Voorwerpen blijven samen na botsing: **volkomen niet-elastische botsing**
- Impuls(vector) blijft behouden!

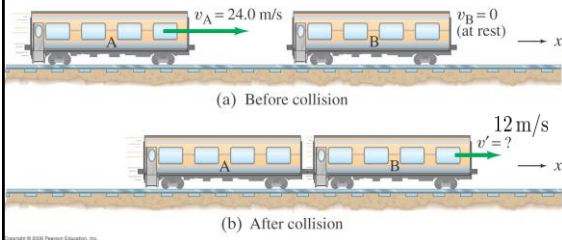


TREINBOTSING

$$p_b = p_e$$

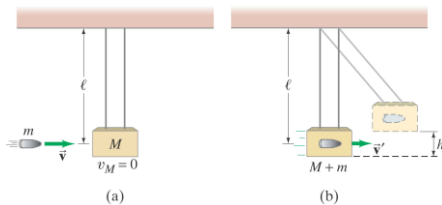
$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$m_A v_A = (m_A + m_B) v'$$



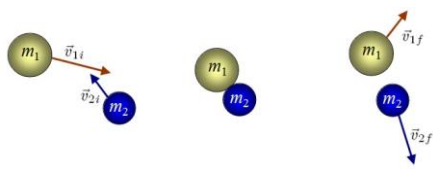
BALLISTISCHE SLINGER

- Bepaal hoogte h i.f.v. v



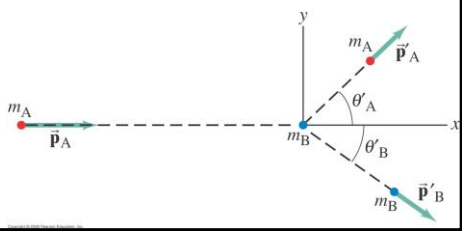
IN 2D EN 3D

- Behoud van energie (indien elastisch)
- Behoud van impuls
 - In elke richting afzonderlijk!



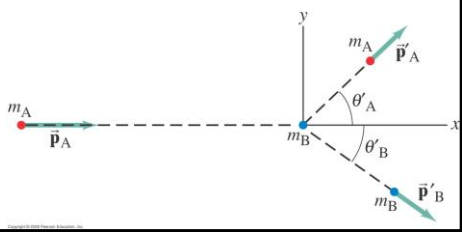
IN 2D EN 3D

- Speciaal geval: $v_B = 0$
- $$m_A v_A = m_A v'_A \cos \theta'_A + m_B v'_B \cos \theta'_B$$
- $$0 = m_A v'_A \sin \theta'_A + m_B v'_B \sin \theta'_B$$



IN 2D EN 3D

- Algemeen: 4 onbekenden ($v'_A, v'_B, \theta'_A, \theta'_B$) !
- Niet-elastische botsing: 2 vergelijkingen
- Elastische botsing: 3 vergelijkingen



MASSAMIDDELPUNT

- Algemene beweging:
 - Translatie + rotatie + ...

The top image shows a chain of wrenches connected by a string, illustrating a rigid body. The bottom image shows two divers in motion, labeled (a) and (b), illustrating the center of mass of a body in motion.

UNIVERSITEIT GENT

MASSAMIDDELPUNT

$$x_{MM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

$$= \frac{m_A x_A + m_B x_B}{M}$$

The diagram shows a horizontal x-axis with two masses, m_A and m_B , located at positions x_A and x_B respectively. The center of mass is marked with a dot at position x_{CM} .

UNIVERSITEIT GENT

MASSAMIDDELPUNT IN 2D/3D

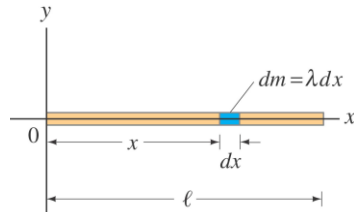
- In 2D / 3D: $\vec{r}_{MM} = \frac{m_A \vec{r}_A + m_B \vec{r}_B + m_C \vec{r}_C}{m_A + m_B + m_C}$
- $= \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$

The left diagram shows a 2D coordinate system with three masses m_A , m_B , and m_C at various positions. The center of mass (CM) is shown with a vector \vec{r}_{CM} . Distances of 2.00 m and 1.50 m are indicated. The right diagram shows a 3D coordinate system with a mass element $\Delta m_i \rightarrow dm$ at position \vec{r}_i .

UNIVERSITEIT GENT

MASSAMIDDELPUNT

- Vaak symmetrische voorwerpen: massamiddelpunt = geometrisch middelpunt bv. cylinder, balk, bol, ...
- Controleer zelf voor uniforme balk!

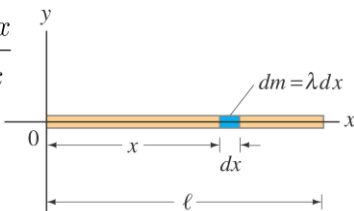


MASSAMIDDELPUNT

- Dunne, niet-uniforme staaf $\lambda = \lambda_0(1 + \alpha x)$

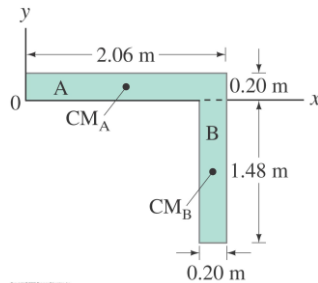
$$x_{MM} = \frac{1}{M} \int_{x=0}^{x=l} x dl$$

$$= \frac{\int_{x=0}^{x=l} \lambda x dx}{\int_{x=0}^{x=l} \lambda dx}$$



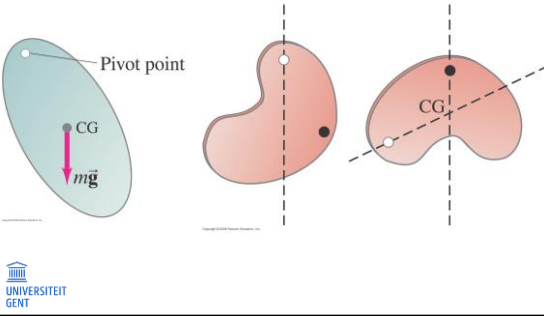
MASSAMIDDELPUNT

- "splits" in 2 balken A en B
- MM(object) = MM(MM(deelobjecten))



MASSAMIDDELPUNT

- Empirische bepaling van MM



MASSAMIDDELPUNT EN TRANSLATIE

- Bewijs uit $M\vec{r}_{MM} = \sum m_i\vec{r}_i$
dat een object op basis van een uitwendige kracht beweegt zoals zijn MM



TWEETRAPSRAKET

- Enkel horizontale snelheid van delen wordt gewijzigd!
- MM blijft originele pad volgen

