

Onderwerpen bachelorprojecten Opleiding Wiskunde

Academiejahr 2025 – 2026

Vakgroep Wiskunde, Informatica en Statistiek

Virasoro algebra: Centrale extensies en representaties

Promotor: Prof. Tom De Medts

Begeleider: Louis Olyslager

De Virasoro algebra is de unieke centrale extensie van de Witt algebra, dit is de derivatiealgebra van een Laurent veeltermring. In dit project willen we de Virasoro algebra als concrete leidraad gebruiken om wiskundige theorieën en technieken te onderzoeken: Lie algebra's, centrale extensies, (projectieve) representatietheorie, laagste-graad-modulen.

Een mogelijk plan ziet er als volgt uit. Er kan zeker afgeweken worden naargelang de interesses van de student.

1. We gaan eerst bekijken wat een Lie algebra is, en de Virasoro algebra definiëren als een Lie algebra.
2. Daarna zijn er twee mogelijkheden voor de student:
 - (a) Een eerste optie is om centrale extensies meer in detail te gaan bekijken. Dit sluit aan bij het eerste hoofdstuk van Algebra 2
 - (b) Een tweede optie is om de representatietheorie van de Virasoro algebra te bestuderen. Een representatie van een groep (of algebra) is een voorstelling van die groep (of algebra) als lineaire transformaties op een vectorruimte.

Indien beide van de voorgaande opties lukken, kunnen we ook het verband leggen met projectieve representaties van de Witt algebra. Als de student dit wenst, kan deze ook kijken naar toepassingen binnen de fysica.

Referenties

- [1] Virasoro algebra, Wikipedia, https://en.wikipedia.org/wiki/Virasoro_algebra
- [2] Hall, J. I., Introduction to Lie Algebras: Finite and Infinite Dimension, Graduate Studies in Mathematics, vol. 248, American Mathematical Society, 2024, <https://www.ams.org/books/gsm/248/>

Equivariantisatie van categorieën

Promotor : Prof. Tom De Medts

Begeleider : Joachim Stembrouck

In dit project onderzoeken we de *equivariantisatie* van categorieën onder de actie van een groep. Categorieën bieden een manier om gemeenschappelijke patronen te herkennen in uiteenlopende wiskundige theorieën. Ze bestaan uit *objecten* (zoals verzamelingen, groepen of topologische ruimten) en *morfismen* tussen deze objecten (zoals functies, groepshomomorfismen of continue afbeeldingen).

Bij de equivariantisatie van een categorie C ten opzichte van een groep G beschouwen we de categorie van objecten in C die een “ G -symmetrie” hebben (voor een formele definitie, zie sectie 2.7 in [1]). Een eenvoudig voorbeeld is de triviale actie van een groep G op de categorie van

vectorruimten: de resulterende equivariantisatie is dan precies de categorie van representaties van G (zie [2] voor een introductie). Het concept van equivariantisatie heeft toepassingen in zowel de zuivere wiskunde (bijvoorbeeld bij de classificatie van symmetrische fusie categorieën, zie Conjecture 4.1 in [3]) als in de theoretische fysica (bijvoorbeeld bij het ijken van symmetrieën zie [4]).

Voor dit project zal je beginnen met een inleiding tot de basisbegrippen van de categorietheorie (zie [5]), met bijzondere aandacht voor monoïdale categorieën. Vervolgens bestudeer je de definitie van equivariantisatie en enkele voorbeelden.

Afhankelijk van je interesse kan je daarna verschillende richtingen uit: je kan mogelijke acties op enkele interessante categorieën onderzoeken, je kan de mogelijke monoïdale structuren op eenvoudige equivariantisaties bespreken, je kan de equivariantisatie van algemene fusie categorieën bespreken, ...

Referenties

- [1] <https://math.mit.edu/etingof/egnobookfinal.pdf>
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Representation_theory
- [3] <https://arxiv.org/pdf/2301.09804>
- [4] <https://arxiv.org/pdf/1410.4540>
- [5] <https://arxiv.org/pdf/1612.09375>

Representatietheorie van eindige groepen

Promotor : Prof. Tom De Medts

Begeleider : Michiel Smet

In de representatietheorie bestudeert men acties op vectorruimten. Een manier om dergelijke acties te bestuderen, is door te kijken naar zogenaamde karakters. Via karakters kan men veel leren over groepen. Zo bewees Burnside, gebruikmakend van karaktertheorie, dat alle groepen van orde $p^a q^b$, met p en q priem, oplosbaar zijn.

In dit project zal de student zich eerst verdiepen in de karaktertheorie van eindige groepen. Daarna kunnen mogelijks een aantal toepassingen van die theorie bestudeerd worden, zoals bijvoorbeeld de vernoemde stelling van Burnside. Ook zou de student de irreduciebele representaties van de symmetrische groep S_n kunnen onderzoeken aan de hand van partities en Specht-modulen.

Referenties

- [1] B. Steinberg, *Representation theory of finite groups*, Universitext, Springer, New York, 2012.
- [2] https://en.wikipedia.org/wiki/Burnside%27s_theorem

Het gerestringeerde Burnside probleem

Promotor : Prof. Tom De Medts

Begeleider : Jari Desmet

Het gerestringeerde Burnside probleem (zie [5]) vraagt of er voor vaste $m, n > 0$ slechts eindig veel (isomorfismeklassen van) eindige groepen bestaan die voortgebracht worden door m elementen, en elk element orde deelbaar door n heeft. In 1994 ontving Efim Zelmanov een Fields medaille voor zijn bewijs van dit probleem (zie [3] en [4]).

Het doel van dit project zou zijn om de gebruikte technieken en wiskundige structuren in [3] te doorgronden. Zo leert de student kennismaken met presentaties van groepen, (Engel) Lie algebra's, Jordan algebra's¹, universele algebra,...

Een introductie tot het probleem wordt gegeven in [2] en [1]. Naargelang de interesse van de student kan het project divergeren naar onderwerpen zoals de Lazard-correspondentie, het (gewone) Burnside probleem, . . .

Referenties

- [1] M. Vaughan-Lee, On Zelmanov's solution of the restricted Burnside problem, J. Group Theory **1** (1998), no. 1, 65–94; MR149015
- [2] Vaughan-Lee, M.R. (1985), The Restricted Burnside Problem. Bulletin of the London Mathematical Society, 17: 113–133. <https://doi-org.libugent.idm.oclc.org/10.1112/blms/17.2.113>, url: link.
- [3] E. I. Zelmanov, Math. USSR-Izv. **36** (1991), no. 1, 41–60; translated from Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat. **54** (1990), no. 1, 42–59, 221; MR1044047
- [4] E. I. Zelmanov, Math. USSR-Sb. **72** (1992), no. 2, 543–565; translated from Mat. Sb. **182** (1991), no. 4, 568–592; MR1119009
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Burnside%27s_theorem

¹Zelmanov schrijft zelf “we shall avoid the words “Jordan algebra” with a persistence worthy of better application”, wat ons niet weerhoudt om de relatie wel expliciet te maken.

Invariant Factors and Elementary Divisors: From principal ideal domains to Dedekind domains and noncommutative orders

Promotor : Prof. Tom De Medts

Begeleider : Lam Pham

Project description

Over a principal ideal domain R , the Smith normal form yields a canonical decomposition of any finitely generated R -module either in invariant factors or in elementary divisors. This project aims to study generalizations of this, in two natural directions. 1. From principal ideal domains (PID) such as $\mathbb{Z}$ to Dedekind domains such as $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$. 2. From fields such as $\mathbb{Q}$ to central simple algebras over fields such as quaternion algebras, and from Dedekind domains to maximal orders of central simple algebras.

A key aspect of this project will be “explicit” computations in concrete examples (quadratic number fields, quaternion algebras and their orders, 2×2 matrices). In particular, the project should provide a complete answer to the “simplest” yet “most general” generalization. This will

involve both global situations (such as $\mathbb{Q}$ or $\mathbb{Q}[\sqrt{-5}]$) as well as local situations (such as the p -adic numbers $\mathbb{Q}_p$). A precise relation to Bruhat and Cartan decompositions in various situations will be explored.

The goal is a modern, self-contained exposition and proof of existence/uniqueness of “elementary divisors” for lattices and matrices, together with worked quaternionic examples. Because modern references are generally more advanced, some mild emphasis will be put on revisiting historical references and giving a modern self-contained exposition. These include classical works of Hasse (1931), Deuring (1935), Chevalley (1934, 1936), Auslander-Goldman (1960).

Fields explored

Noncommutative rings, algebraic number theory.

Prerequisites

Interest in abstract algebra, basic knowledge of rings and modules.

Markov’s problem and Tarski Monsters

Promotor : Prof. Tom De Medts

Begeleider : Elyashev Leibtag

A *topological group* is a group equipped with a topology in which the multiplication and inverse maps are continuous; for example, the additive group $\mathbb{R}$ or any matrix group such as $SL_n(k)$ over a topological field k . A famous problem posed by A.A.Markov in 1946 asked whether there exists an infinite group that admits no Hausdorff group topology other than the discrete one.

Tarski monsters, first constructed by Olshanskii in the 1980s, are infinite simple groups in which every proper subgroup is finite cyclic. They are exceptional because they are large and complicated as whole groups, yet have the smallest possible internal subgroup structure.

Following the 2013 work of Klyachko Olshanskii and Osin, we will show that some Tarski monsters provide affirmative answers to Markov’s problem: they are infinite yet admit no Hausdorff group topology. Moreover, these groups turn out to be *categorically compact* (a notion analogous to compactness inside the category of topological groups), giving the first examples of groups that are categorically compact but not topologically compact.

References

- [1] A. A. Klyachko, A. Yu. Olshanskii, and D. V. Osin, *On Topologizable and Non-Topologizable Groups, Topology and its Applications* **160** (2013), no. 16, 2104–2120.
- [2] D. Dikranjan and D. Toller, *Zariski Topology and Markov Topology on Groups, Topology and its Applications* **241** (2018), 115–144.

Theorie van translatievlakken

Promotor: Prof. Koen Thas

Aansluitend bij de inleiding tot *translatievlakken* in de cursus Projectieve Meetkunde, ontwikkelen we diverse eigenschappen vanuit het perspectief van de André-Bruck-Bose constructie, zowel voor eindige als oneindige vlakken. Net als in het eindige geval verifiëren we

een analogon van de Prime Power Conjecture in het oneindige geval, en onderzoeken we diverse aspecten van translatievlakken die ook duale translatievlakken zijn.

Spreads in projectieve ruimten

Promotor: Prof. Koen Thas

In de cursus Projectieve Meetkunde zagen we rechtenspreads van een eindig-dimensionale projectieve ruimte als een verzameling rechten die een partitie vormen van de punten. De bedoeling van dit project is zowel de groepentheoretische als meetkundige avatars van spreads (en natuurlijke veralgemeningen van spreads) te gaan bekijken “over het muurtje heen.” We onderzoeken spreads ook in (oneindige) projectieve ruimten over (niet-commutatieve) lichamen indien de tijd het toelaat.

De Ostrom-Wagner stelling

Promotor: Prof. Koen Thas

In 1959 publiceerden Ostrom en Wagner de fundamentele stelling die zegt dat eindige projectieve vlakken die een tweevoudig transitieve automorfismegroep hebben op de punten, Desarguesiaans zijn (en dus op een natuurlijke manier ontstaan uit een drie-dimensionale vectorruimte over een veld). In dit eerder uitdagend en erg veelzijdig project spit de student het bewijs met alles erop en eraan in detail uit.

Ovalen en hyperovalen in projectieve vlakken

Promotor: Prof. Koen Thas

In dit project bestudeert de student ovalen en hyperovalen in eindige en oneindige projectieve vlakken. (Een *ovaal* in een projectief vlak van eindige orde N is een verzameling van $N + 1$ punten waarvan geen drie collineair zijn. Een hyperovaal heeft net één punt meer, maar kan alleen bestaan indien N even is. Het oneindige geval moeten we anders aanpakken.) De reis begint met een gevierde stelling van *Beniamino Segre* die zegt dat een ovaal in $\text{PG}(2, q)$ (met q een oneven priemmacht) een kegelsnede is — en karakteriseert op die manier een algebraïsche kromme via louter combinatorische eigenschappen! We diepen de theorie dan verder uit, en leggen de connectie met andere belangrijke meetkundige objecten zoals *veralgemeende vierhoeken*.

Intrigerende toppenverzamelingen in grafen

Promotor: Prof. Bart De Bruyn

Abstract: Zij G een samenhangende k -reguliere graaf. Een toppenverzameling X van G wordt een intrigerende verzameling genoemd indien er constanten a en b bestaan zodat elke top van X adjacent is met a toppen van X en elke top buiten X adjacent is met b toppen in X . Elke intrigerende verzameling is geassocieerd met een eigenwaarde van de graaf, en bijgevolg bestaan er $s+1$ types intrigerende verzamelingen, waarbij $s+1$ het totale aantal eigenwaarden is. De bedoeling van het project is om de theorie van dergelijke verzamelingen te bespreken, om op zoek te gaan naar dergelijke toppenverzamelingen in een aantal families van grafen, om computervoorbeelden of -classificaties in (kleine) reguliere grafen te bekomen, en te kijken of bepaalde configuraties van verzamelingen als intrigerende verzameling kunnen voorkomen.

Neumaier grafen

Promotor: Prof. Bart De Bruyn

Abstract: Een reguliere graaf wordt boog-regulier genoemd indien elke twee verschillende toppen een constant aantal burens hebben. Indien ook elke twee verschillende niet-adjacente toppen een constant aantal burens hebben, wordt de graaf sterk-regulier genoemd. Voor boogreguliere grafen bestaat er een bovengrens voor de grootte van een kliek. Indien deze bereikt wordt, dan wordt de graaf een Neumaier graaf genoemd en in dit geval is de kliek regulier wat betekent dat elke top buiten de kliek adjacent is met een constant aantal toppen binnenin de kliek. Er zijn een beperkt aantal constructies gekend van Neumaier grafen die niet sterk-regulier zijn. De bedoeling van het project is een revisie van deze constructies met oog op het tot stand brengen van bijkomende connecties tussen deze families.

Wortelsystemen en grafen met kleinste eigenwaarde ten minste -2

Promotor: Prof. Bart De Bruyn

Abstract: Wortelsystemen zijn heel speciale systemen van vectoren in Euclidische ruimten, met weinig mogelijke hoeken tussen twee vectoren.

Het doel van het project is om de verschillende verbanden te onderzoeken die bestaan tussen deze vectorsystemen (van zogenaamde types D en E) en grafen waarvan de kleinste eigenwaarde ten minste -2 is. Onder deze grafen bevinden zich alle lijngraphen, evenals hun uitbreidingen naar zogenaamde "veralgemeende lijngraphen".

Divisible design grafen

Promotor: Prof. Bart De Bruyn

Abstract: Een k -reguliere graaf wordt een divisible design graaf (kortweg DDG) genoemd als de toppenverzameling gepartitioneerd kan worden in m klassen van grootte n , zodat twee verschillende toppen van dezelfde klasse precies a gemeenschappelijke burens en twee toppen van verschillende klassen precies b gemeenschappelijke burens hebben.

Divisible design grafen hebben verbanden met verscheidene andere combinatorische structuren, zoals symmetrische designs, grafen met weinig eigenwaarden, Deza-grafen, antipodale afstandsreguliere grafen, Hadamard-matrices, difference sets, Hermitische variëteiten en kwadrieken in projectieve ruimten.

Het doel van het project is om al deze verschillende verbanden nader te onderzoeken.

Maximale bogen in projectieve vlakken

Promotor: Prof. Bart De Bruyn

Abstract: Een verzameling punten in een projectief vlak van orde q wordt een maximale boog van graad d genoemd indien elke rechte de maximale boog snijdt in ofwel 0 ofwel d punten. Als $d=2$, dan wordt zo'n maximale boog ook een hyperovaal genoemd. De bedoeling van het project is om bepaalde aspecten van maximale bogen te bestuderen. Meer bepaald wordt hier gedacht aan constructies, niet-bestaan resultaten en bepaling van hun stabilizatoren (in de projectieve groep).

Ook kunnen meetkundige constructies die gebruik maken van maximale bogen in het project nader bekeken worden.

Puntenverzamelingen in projectieve ruimten met weinig intersectiegetallen

Promotor: Prof. Bart De Bruyn

Abstract: In dit project is het de bedoeling om puntenverzamelingen in projectieve ruimten te bestuderen waarvan de mogelijke intersectiegroottes met hypervlakken beperkt zijn tot 2 of 3 waarden.

Meer bepaald wordt hier gedacht aan constructies en klassificatieresultaten. In geval er twee mogelijke intersectiegroottes voorkomen, zijn deze puntenverzamelingen gerelateerd aan zogenaamde twee-gewichts-codes en sterk reguliere grafen.

3-reguliere grafen op de torus

Promotor: Prof. Gunnar Brinkmann

Vak: Algoritmische grafentheorie

In een doctoraatsthesis uit het jaar 2000 wordt een algoritme beschreven dat 3-reguliere grafen op de torus opsomt. Dit algoritme werd ook geïmplementeerd. Recentelijk werd vastgesteld, dat de aantallen van ingebedde grafen tot en met 22 toppen kloppen, maar dat er voor 24 toppen grafen ontbreken. De taak van deze proef is uit te vinden of het een fout in het algoritme is of in de implementatie – en als mogelijk: die te verbeteren.

Het Graph Partitioning Problem

Promotor/Begeleider: Prof. Veerle Fack

Doelgroep: studenten 3e bachelor wiskunde

Het **Graph Partitioning Problem** is een klassiek probleem uit de informatica waarin een graaf moet worden opgesplitst in meerdere deelverzamelingen (partities). Het doel is om deze verdeling zo te maken dat de groepen ongeveer even groot zijn en het aantal verbindingen dat tussen de verschillende groepen loopt (de 'cut size') zo klein mogelijk blijft.

Graph partitioning komt in veel praktische toepassingen terug. Denk aan: parallel rekenen, VLSI-ontwerp, sociale netwerkanalyse. Bij al deze toepassingen ligt de uitdaging in het maken van een goede balans tussen de grootte van de partities en het minimaliseren van het aantal verbindingen ertussen. Het probleem is beroemd omdat het NP-moeilijk is: het vinden van de optimale oplossing kost voor grote grafen onrealistisch veel rekenkracht.

Omdat het Graph Partitioning Problem zo lastig is, worden in de praktijk heuristieken gebruikt—algoritmen die snel een redelijk goede oplossing vinden, zonder garantie op het absolute optimum.

- **Kernighan-Lin algoritme (KL):** Dit is een van de oudste lokale zoekalgoritmen. Het start met een willekeurige verdeling en wisselt steeds knopen tussen twee groepen om de cut size te verkleinen. Dit proces wordt herhaald tot er geen verbetering meer mogelijk is. Het KL-algoritme levert goede resultaten voor kleine tot middelgrote grafen.

- **Fiduccia-Mattheyses algoritme (FM):** Dit algoritme bouwt verder op KL maar is sneller en verplaatst knopen individueel in plaats van in paren. FM maakt gebruik van een speciale datastructuur om knopen met de grootste winst snel te vinden en is daardoor efficiënter voor grotere grafen.
- **Multilevel partitionering:** Moderne technieken werken vaak in meerdere stappen: eerst wordt de graaf verkleind door knopen samen te voegen, dan wordt de kleinere graaf opgedeeld, en daarna wordt de oplossing verfijnd bij het teruggaan naar het oorspronkelijke formaat. Dit soort algoritmen (zoals METIS, KaFFPa) presteren goed op zeer grote en complexe grafen.

Het doel van dit bachelorproject is tweeledig:

1. **Bestuderen van algoritmen:** Je verdiept je in verschillende praktische oplossingsmethoden voor graph partitioning. Hierbij analyseer je hoe ze werken, waar hun sterke punten liggen en wat hun beperkingen zijn.
2. **Implementatie en experimenten:** Je kiest een of meer algoritmen uit en implementeert deze zelf in code. Daarna experimenteer je met verschillende typen grafen en analyseer je de prestaties en resultaten van je aanpak.

Tijdens het project leer je niet alleen over algoritmes en datastructuren, maar ook over probleemmodellering, experimenteren, interpreteren van resultaten en het kritisch vergelijken van verschillende methodes.

Bepaling van de rente met behulp van een convex optimalisatiemodel

Promotor: Prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en Optimalisatie

Het bepalen van een rentecurve vormt een fundamenteel en uitgebreid onderzocht inversieprobleem binnen de financiële wiskunde. Om aannemelijke rentecurves te selecteren uit de oneindige verzameling mogelijke oplossingen, wordt gebruikgemaakt van voorwaartse rentevoeten als regularisatietechniek. Door discretisatie van de rentecurve kan het inversieprobleem worden geherformuleerd als een convex optimalisatievraagstuk, dat met bestaande numerieke methoden efficiënt oplosbaar is. Dit convex optimalisatieprobleem biedt een raamwerk om diverse financiële instrumenten te modelleren, waaronder wissels, obligaties, certificaten van deposito's, voorwaartse rente-akkoorden en renteswaps, onder zowel gelijkheids- als ongelijkheidsrestricties afkomstig van vraag- en aanbodkoersen. Het doel van deze studie is om het convex optimalisatieprobleem te bestuderen op basis van het artikel vermeld in de referentie, met bijzondere aandacht voor de vraag of een globaal extremum kan worden gegarandeerd, dan wel slechts een lokaal extremum kan worden bereikt.

Referentie:

Jörgen Blomvall: Measurement of interest rates using a convex optimization model, *European Journal of Operational Research* **256**(2017), 308-316, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.05.053>

Ondergrenzen in gesloten vorm voor de prijs van rekenkundig gemiddelde Aziatische opties door meervoudige conditionering

Promotor: Prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde

Er bestaat geen gesloten formule voor de prijs van een Aziatische optie geschreven op het rekenkundig gemiddelde van de prijzen van een aandeel gedurende een bepaalde periode. Het is de bedoeling ondergrenzen voor de Aziatische optieprijs te bestuderen die wel in gesloten vorm bestaan wanneer de aandelenprijs een geometrische Brownse beweging volgt. Deze ondergrenzen worden gevonden door conditionering op meerdere normaalverdeelde variabelen, die elk een gewogen som zijn van normaalverdeelde variabelen afkomstig van Brownse bewegingen. Daarnaast kan er door numerieke experimenten nagegaan worden dat deze ondergrenzen de Monte Carlo prijzen goed benaderen en de enkelvoudige conditioneringsmethoden verbeteren, vooral in het geval van hoge volatiliteit en lange looptijd.

Referentie:

Geon Ho Choe and Minseok Kim: Closed-form lower bounds for the price of arithmetic average Asian options by multiple conditioning, *Journal of Futures Markets* **41**(2021),1916–1932
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/fut.22265>

Het oplossen van een robuust log-optimale portfolio: een ondersteunend hypervlak benaderingsmethode

Promotor: Prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en/of Optimalisatie

Een log-optimale portefeuille is elke portefeuille die de verwachte logaritmische groei (VLG) van het vermogen van een belegger maximaliseert, waarbij doorgaans wordt uitgegaan van voorafgaande kennis van de werkelijke rendementsverdeling. In de praktijk zijn de rendementsverdelingen echter vaak dubbelzinnig; dat wil zeggen dat de werkelijke verdeling onbekend is, waardoor dit probleem moeilijk op te lossen is. De bedoeling van dit project is om een ondersteunende hypervlak-benadering te bestuderen, waarbij een klasse van distributionele robuuste log-optimale portefeuilleproblemen met polyhedron-ambigüiteiten wordt geherformuleerd in hanteerbare robuuste lineaire programmeringsproblemen. Daarnaast kan ook een efficiënt algoritme bestudeerd worden om het optimale aantal hypervlakken te bepalen. Bovendien, om rekening te kunnen houden met de voortdurend veranderende markt, wordt een online handelsalgoritme voorgesteld dat gebruikmaakt van een glijdendvensterbenadering om een reeks robuuste lineaire programmeringsproblemen op te lossen. Dit biedt aanzienlijke rekenvoordelen. De effectiviteit van de voorgestelde aanpak kan ten slotte nagegaan worden door empirische studies met historische aandelenkoersgegevens.

Referentie:

Chung-Han Hsieh, On solving robust log-optimal portfolio: A supporting hyperplane approximation approach, *European Journal of Operational Research* **313**(2024), 1129-1139
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.09.040>.

Stochastische optimale controle toegepast op de waardering van variabele lijfrentes met gegarandeerde minimale uitkeringen bij leven en overlijden

Promotor: Prof. dr. Michèle Vanmaele

Vakken: Financiële wiskunde en Optimalisatie (en Numerieke methoden)

Variabele lijfrentes met een gecombineerde gegarandeerde minimale uitkering bij leven (Guaranteed Minimum Withdrawal Benefit (GMWB)) en gegarandeerde minimale overlijdensdekking (Guaranteed Minimum Death Benefit (GMDB)) kunnen onder optimaal gedrag van de polishouder numeriek gewaardeerd worden via het oplossen van een optimaal stochastisch controleprobleem. Onder bepaalde onderstellingen kan de koopsom van de annuïteit worden uitgedrukt als een verwachtingswaarde. De oplossingsmethode van het optimale stochastische controleprobleem is gebaseerd op een robuuste en efficiënte Gauss–Hermite-kwadratuurmethode met kubische splines. Het doel van deze masterproef is vertrouwd te worden met stochastische optimale controleproblemen en dat toe te passen op de waardering van variabele lijfrentes. Naast de kwadratuurmethode zoals in Luo en Shevchenko (2015) kan de waardering ook gebeuren aan de hand van een numerieke benaderingsmethode voor het oplossen van de bijhorende een Hamilton–Jacobi–Bellman (HJB) vergelijking, zie Chen en Forsyth (2008).

Referentie:

Chen, Z., Forsyth, P.A., A numerical scheme for the impulse control formulation for pricing variable annuities with a guaranteed minimum withdrawal benefit (GMWB). *Numerische Mathematik* **109**, 535–569 (2008). <https://doi.org/10.1007/s00211-008-0152-z>
Xiaolin Luo, Pavel V. Shevchenko, Valuation of variable annuities with guaranteed minimum withdrawal and death benefits via stochastic control optimization, *Insurance: Mathematics and Economics*, 62(2015), 5-15, <https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2015.02.003>

Modellering, Analyse en Simulatie van Waterstromingen

Promotor: Prof. Julian Koellermeier

Vak: Wiskundige Modellering/Numerieke Analyse/Numerieke Simulatie

Vrije-oppervlakte stromingen beschrijven water in oceanen of rivieren, bijvoorbeeld bij de berekening van een tsunami of een dambreuk. Numerieke simulaties gebruiken vaak de standaard zogenaamde Shallow Water Equations (SWE), die bestaan uit twee eenvoudige partiële differentiaalvergelijkingen voor de waterhoogte h en de gemiddelde watersnelheid u , die in tijd en ruimte evolueren. De SWE zijn eenvoudig op te lossen, maar vaak niet nauwkeurig. Daarom bestaan er meer geavanceerde modellen die vrije-oppervlakte stromingen met meer variabelen beschrijven, zodat ook verticale variaties in de watersnelheid kunnen worden weergegeven.

In dit project richten we ons op nauwkeurige maar efficiënte simulaties van vrije-oppervlakte stromingen met behulp van verschillende modellen. Ons doel is om fysische effecten te modelleren, de resulterende modellen te analyseren met betrekking tot hun eigenschappen, en numerieke simulaties uit te voeren. Dit kan één of meer van de volgende punten omvatten:

1. analyse van modeleigenschappen (energiebehoud, hyperboliciteit, stationaire toestanden,...)
2. numerieke simulaties (met gebruik van bestaande software)

3. complexe wrijvingsmodellen (lawines, korrelstromen,...)
4. invloed van vegetatie (algen, gras,...)

De focus van het project kan worden afgestemd op de voorkeur van de studenten.

Vergelijking van Numerieke Methoden voor Hyperbolische PDE's

Promotor: Prof. Julian Koellermeier

Vak: Numerieke Analyse/Numerieke Simulatie

Veel problemen in de vloeistofdynamica hebben begrensde voortplantingssnelheden. Denk aan de snelheid van een vliegtuig of de stroming van water. Zulke processen kunnen worden gemodelleerd met hyperbolische partiële differentiaalvergelijkingen (PDE's) die afhankelijk zijn van tijd en ruimte. Omdat exacte oplossingen niet haalbaar zijn, moeten numerieke methoden worden toegepast om benaderende numerieke oplossingen te berekenen. Er bestaan verschillende numerieke methoden, waarbij de Finite Volume Methods (FVM) tot de meest gebruikte behoren.

In dit project willen we de nauwkeurigheid en rekentijd van dergelijke FVM-methoden voor hyperbolische PDE's (bijvoorbeeld vrije-oppervlakte stromingen) onderzoeken. Verschillende FVMmethoden zijn reeds geïmplementeerd in bestaande software van de onderzoeksgroep, maar zijn nog niet vergeleken met betrekking tot hun nauwkeurigheid en rekentijd. Ons doel is te bepalen welke methode de beste balans biedt tussen nauwkeurigheid en rekensnelheid, en dus het meest efficiënt is.

Dit kan één of meer van de volgende punten omvatten:

1. convergentiestudie en afleiding van convergentiesnelheden
2. meting van rekentijd en vergelijking van versnelling
3. parameterstudies onder verschillende aannames

De focus van het project kan worden afgestemd op de voorkeur van de studenten.

Symplectische numerieke methoden

Promotor: Prof. Marnix Van Daele (marnix.vandaele@ugent.be)

Vak: Wiskundige Modelling

In de cursus Wiskundige modellering (ba 3, tweede semester) worden Hamiltoniaanse systemen besproken. Dit zijn stelsels differentiaalvergelijkingen, die in een specifieke vorm kunnen geschreven worden. Oplossingen van zo'n stelsels vertonen een speciale eigenschap: de stroming van Hamiltoniaanse systemen is symplectisch. Iets te kort door de bocht betekent symplecticiteit: behoud van oppervlakte. Wordt zo'n stelsel numeriek opgelost, dan is het interessant om die eigenschap te behouden. Numerieke methoden die deze eigenschap behouden, worden symplectische numerieke methoden genoemd. In de cursus Wiskundige Modelling werden enkele symplectische numerieke methoden besproken zoals de symplectische Euler-methodes, de Stormer-Verlet-methodes, of de Gaussische collocatiemethodes. Het doel van dit bachelorproject is om op zoek te gaan naar andere klassen en families van symplectische methoden (bvb. de gepartitioneerde LobattoIIIA-LobattoIIIB methoden, of methoden die ontstaan door compositie of splitting). Een startpunt kan het volgende document zijn (hoofdstuk 2 uit het boek Geometric Numerical integration van Hairer,

Wanner en Lubich): <https://ianm-mao.math.kit.edu/marlis/download/meetings/08Oberwolfach/problems/gnibook-chap2.pdf>

Een onderwerp aansluitend bij de cursus numerieke analyse

Promotor: Prof. Marnix Van Daele (marnix.vandaele@ugent.be)

Vak: Numerieke Analyse

Binnen het vak numerieke analyse worden heel wat verschillende onderwerpen aangesneden uit de algebra en de analyse. Het onderwerp van het bachelorproject kan gezocht worden in het verlengde van één van deze onderwerpen. Bvb: het laatste hoofdstuk gaat over het numeriek oplossen van differentiaalvergelijkingen. In de cursus werden Runge-Kutta-methoden en lineaire meerstapsmethoden geïntroduceerd. In het bachelorproject kan bvb. verder ingegaan worden op het onderzoek van de orde of de stabiliteitseigenschappen van deze methoden. Of we kunnen bvb. ook predictor-corrector-paren bestuderen, of nog andere technieken bekijken.

Ook voor andere hoofdstukken zijn dergelijke uitbreidingen aan de geziene leerstof mogelijk. Voor elk onderwerp kan de specifieke invulling/focus aangepast worden aan de voorkeur van de student. Interesse in numerieke methoden is wel vereist.

Computationele modellering van besmettelijke ziekten

Promotor: Prof. Marnix Van Daele

Begeleider: Prof. Willy Govaerts

In het deel Epidemiologische Modellen van de cursus Wiskundige Modellering van Prof. M. Van Daele (3de bachelor wiskunde) wordt de basistheorie over epidemische modellen ontwikkeld. Het gaat hierbij om compartimentele modellen waarbij de populatie opgesplitst wordt in een aantal besmette en een aantal niet-besmette compartimenten. Een model bestaat dan uit een stelsel gewone differentiaalvergelijkingen, voor ieder compartiment een vergelijking.

Wiskundige modellen voor epidemiologie vormen tegenwoordig een groot studiegebied. Het boek [1] behandelt dit onderwerp uitgebreid, met veel verwijzingen naar praktische voorbeelden en toepassingen.

Een belangrijk verschil met het oudere boek [2] is dat de meeste topics toegelicht worden met computationele nota's in Python. In veel gevallen zijn die nota's belangrijk om de theorie beter te begrijpen. Het is dus best om tenminste een passieve kennis van Python te hebben of te verwerven.

Voor het bachelorproject is het de bedoeling om een aantal topics te behandelen uit het tweede hoofdstuk (Simple compartmental models) van [1]. We hebben hiervoor gekozen omdat dit hoofdstuk goed aansluit bij de geziene leerstof in de cursus Wiskundige Modellering van en zo de weg opent naar meer gevorderde studies.

De volgende onderwerpen kunnen aan bod komen:

1. Massa-actie incidentie en afleiding van de massa-actie parameter β uit eerste beginselen (first principles).
2. Grondige studie van het SIR model (piek van de epidemie, eindfase van de epidemie).
3. Dynamica van populaties (geboorte, overlijden, immigratie, emigratie, horizontale en verticale transmissie).

4. Funeraire transmissie (bij overlijden).
5. Verlies van immuniteit.
6. Model parameters en basisreproductiegetal voor modellen met latente periode, en met dragers (besmettelijke, maar asymptomatische individuen).

Literatuur

1. Chris von Csefalvay, Computational Modeling of Infectious Disease. With Applications in Python, Elsevier, Academic Press, September 2022.
2. Fred Brauer, Carlos Castillo-Chavez and Zhilan Feng, Mathematical Models in Epidemiology, Texts in Applied Mathematics 69, Springer 2019.

Een nieuw raamwerk voor het combineren van gegevens uit pragmatische gerandomiseerde studies en elektronische patiëntendossiers

Promotor: Prof. Kelly Van Lancker (kelly.vanlancker@ugent.be)

Doelgroep: Studenten met interesse in (toegepaste) statistiek

Samenvatting: De gouden standaard voor het bepalen van causale effecten is het uitvoeren van gerandomiseerde gecontroleerde onderzoeken (RCT's). Hoewel dergelijke onderzoeken een hoge interne validiteit hebben, is hun externe validiteit vaak beperkt doordat de groep deelnemende patiënten niet representatief is voor de algemene populatie.

De **Comprehensive Cohort Studie** is een pragmatisch studieontwerp dat dit probleem probeert aan te pakken door ook patiënten op te nemen die niet instemmen met randomisatie. Voor deze patiënten wordt de behandelkeuze bepaald via gezamenlijke besluitvorming tussen patiënt en arts. Door ook deze niet-gerandomiseerde patiënten te includeren, vermindert dit studiedesign selectiebias en wordt de generaliseerbaarheid verbeterd in vergelijking met traditionele pragmatische RCT's. Er kan echter nog steeds vertekening optreden binnen de groep patiënten die een voorkeur voor een bepaalde behandeling hebben, vanwege resterende confounding. Een andere beperking van dit design is dat het geen gebruikmaakt van bestaande historische elektronische patiëntendossiers (EPD's).

Om deze uitdagingen aan te pakken, stellen wij een nieuw pragmatisch studieontwerp voor: de '**Dubbel Gerandomiseerde Comprehensive Cohort Studie**'. In dit design worden patiënten eerst gerandomiseerd naar deelname aan een Comprehensive Cohort Study of naar gezamenlijke besluitvorming (d.w.z. de reguliere klinische praktijk). Op basis van dit design proberen we een optimale analysemethode te ontwikkelen die gebruikmaakt van *instrumentele variabele*-technieken om de invloed van confounding en selectiebias te verminderen. Deze procedure genereert een reeks kandidaat-schatters op basis van zowel de EPD-gegevens als de patiënten die via gezamenlijke besluitvorming een behandeling krijgen toegewezen. Vervolgens wordt de schatter gekozen die de bias het meest minimaliseert, waarbij de bias wordt afgeleid uit het Comprehensive Cohort Study-deel via *instrumental variable*-methoden.

In dit bachelorproject willen we de werking van de voorgestelde methoden nagaan aan de hand van simulatiestudies.

Het optimaliseren van klinische onderzoeken door de statistische informatie te monitoren

Promotor: Prof. Kelly Van Lancker (kelly.vanlancker@ugent.be)

Doelgroep: Studenten met interesse in (toegepaste) statistiek

Samenvatting: Bij het opstarten van een klinische studie is er vaak onzekerheid over de nodige steekproefgrootte, daar het moeilijk kan zijn om een inschatting te maken omtrent de precisie waarmee men het behandelingseffect kan schatten. Foute inschattingen kunnen ervoor zorgen dat de uiteindelijke klinische studie een te grote of te lage power zal hebben. Dit probleem vergroot wanneer men gebruik wil maken van 'covariate adjustment'. 'Covariate adjustment' (d.w.z. het in rekening brengen vooraf gespecificeerde, prognostische variabelen die gemeten worden vóór randomisatie) is een statistische methode met een groot potentieel om de precisie te verbeteren en de vereiste steekproefgrootte te verkleinen voor veel klinische studies. In de meeste klinische studies worden op het moment van rekrutering gegevens verzameld over 10- tallen tot zelfs meer dan 100 kenmerken van de patiënten (vb. leeftijd, ernst van de ziekte, BMI). Dergelijke variabelen zijn inderdaad nuttig omdat ze informatie bevatten over de prognose voor de patiënt.

In dit project bestuderen we hoe we dit obstakel kunnen aanpakken door te focussen op statistische informatie in plaats van steekproefgrootte. In het bijzonder monitoren we voortdurend de verzamelde informatie (dat wil zeggen, de inverse van de variantie van de schatter) tijdens de studie en voeren we de analyse uit wanneer vooraf gespecificeerde cut-offs (voor de statistische informatie) bereikt worden. We verwijzen naar dit type opzet als "informatie-adaptief". Lopende samenwerkingen met de vakgroep Biostatistiek aan Johns Hopkins University, de Amerikaanse Food and Drug Administration en farmaceutische bedrijven zal de bruikbaarheid van de resultaten in de praktijk ten goede komen. Afhankelijk van de interesses van de student, kunnen we dieper ingaan op praktische of theoretische problemen.

Optimalisatie van behandelingseffectedschattingen in RCT's met externe controles

Promotor: Prof. Kelly Van Lancker (kelly.vanlancker@ugent.be) en Prof. Stijn Vansteelandt

Doelgroep: Studenten met interesse in (toegepaste) statistiek

Samenvatting: In dit bachelorproject onderzoeken we gerandomiseerde gecontroleerde studies (RCT's), een type onderzoek waarbij deelnemers willekeurig worden toegewezen aan een nieuwe behandeling of aan een standaardbehandeling. Dankzij deze randomisatie kunnen verschillen in uitkomsten tussen de groepen vaak direct worden toegeschreven aan het effect van de behandeling.

Het doel van dit project is om het effect van een behandeling beter te schatten door de controlegroep van een RCT aan te vullen met deelnemers uit een andere studie die dezelfde standaardbehandeling hebben gekregen. Deze deelnemers worden externe controles genoemd. Het gebruik van externe controles is vooral interessant wanneer er te weinig deelnemers beschikbaar zijn om een betrouwbaar effect te detecteren, bijvoorbeeld bij zeldzame ziekten.

Het werken met externe controles kan de precisie van de schatting verhogen, maar kan ook vertekening introduceren. In dit project bestuderen we bestaande methoden voor het gebruik van

externe controles en onderzoeken we hoe deze kunnen worden verbeterd door crossfitting toe te passen, een moderne techniek die bias verder vermindert.

Studenten die dit project kiezen, krijgen de kans om zowel statistische methoden als praktische toepassing in klinische studies te verkennen, en leren werken met echte data en geavanceerde analysetechnieken.

Over het gebruik van multiple testing-procedures voor inferentie over subgroepen in klinische onderzoeken

Promotor: Prof. Oliver Dukes

In een klinisch onderzoek is er vaak niet alleen interesse in de vraag of een interventie een effect heeft op een bepaalde uitkomst, maar ook of dit effect verschilt tussen subgroepen van patiënten. De interesse kan zowel liggen bij de vraag of dergelijke heterogeniteit bestaat, als bij het identificeren van subgroepen met uitzonderlijk grote (of kleine) effecten. Idealiter kunnen deze vragen worden beantwoord binnen één enkel inferentieel kader, zodat problemen die gepaard gaan met multiple testing worden vermeden. In dit proefschrift zullen we verschillende methoden hiervoor bestuderen, evenals de mogelijke afwegingen in termen van statistische power.

Evaluatie van behandelingseffecten in klinische studies van zeldzame ziektes

Promotor: Prof. Stijn Vansteelandt

Begeleider: Achille Demares

In klinische studies van zeldzame ziektes is het wenselijk om gebruik van asymptotische statistische procedures bij de evaluatie van behandelingseffecten te vermijden, vermits dergelijke studies zich op weinig patiënten moeten baseren. Permutatietesten vormen daartoe flexibel, niet-parametrisch alternatief. Om power te winnen in dergelijke kleine studies, is het echter van belang om voor baseline covariaten te corrigeren. Dit introduceert ongekende nuisance parameters (namelijk, die parameters die de associatie tussen uitkomst en covariaten beschrijven) die het gebruik van permutatietesten bemoeilijken.

In dit project zal onderzocht worden hoe verschillende vormen van covariaatcorrectie de eigenschappen van permutatietesten beïnvloeden. We vergelijken:

1. **Blinde correctie:** waarbij de covariaatcorrectie gebeurt zonder gebruik van de behandelingsindicator;
2. **Niet-blinde correctie:** waarbij de behandelingsinformatie wordt gebruikt bij het fitten van het model.

De vergelijking zal gebeuren:

- **Theoretisch**, door te analyseren hoe de correctie invloed heeft op de verdeling van de toetsstatistiek;
- **Via simulaties**, om type I-fout en power te onderzoeken onder verschillende scenario's;
- **Met echte data**, door toepassing op gerandomiseerde klinische studies.

Doel

Het doel is inzicht te krijgen in de praktische en theoretische voor- en nadelen van covariaatcorrectie bij permutatietesten en aanbevelingen te formuleren voor het gebruik ervan in medische statistiek.

E-waarden voor statistische besluitvorming zonder p-waarden

Promotor: Prof. Stijn Vansteelandt

Begeleider: Willem Weyens

De klassieke aanpak van statistische hypothesetoetsing steunt op p-waarden: de kans om, als de nulhypothese waar is, data te observeren die minstens zo extreem zijn als de geobserveerde. Recent is echter een alternatief ontwikkeld: e-waarden (of evidence values), die niet op kansen maar op vermenigvuldigbare bewijsmaten zijn gebaseerd. In plaats van de kans op data onder de nulhypothese te evalueren, meten ze hoeveel sterker de data de alternatieve hypothese ondersteunen dan de nulhypothese. E-waarden bieden aantrekkelijke eigenschappen:

- ze zijn compatibel met sequentiële en adaptieve analyses (je kunt stoppen of doorgaan zonder correcties voor meervoudig toetsen);
- ze vermijden afhankelijkheid van arbitraire significantiedrempels;
- ze kunnen worden gecombineerd of gemiddeld over meerdere studies.

Dit bachelorproject zal ingaan op deze nieuwe ontwikkeling. Afhankelijk van de interesse van de student zijn meerdere pistes mogelijk. Bijvoorbeeld, men kan ervoor kiezen om meer in te gaan op bepaalde aspecten van de onderbouwende conceptuele en wiskundige grondslagen, of een grotere focus te leggen op het bestuderen van de performantie van e-waarden in diverse goed uitgekozen settings, aan de hand van simulaties en/of reële data.

Het project beoogt uiteindelijk een globaal inzicht te verwerven in de mogelijkheden van e-waarden in de context van statistische besluitvorming. Hiervoor zijn zowel een theoretische basis als een praktijkgerichte focus nodig.

Eventuele referenties:

Ruodu Wang, *A tiny review on e-values and e-processes*, June 2023

<https://sas.uwaterloo.ca/~wang/files/e-review.pdf>

Aaditya Ramdas, Peter Grünwald, Vladimir Vovk, Glenn Shafer, *Game-theoretic statistics and safe anytime-valid inference*, June 2023

<https://arxiv.org/abs/2210.01948>